



## DECKBLATT

Projekt	PSP-Element	Obj. Kenn.	Funktion	Komponente	Baugruppe	Aufgabe	UA	Lfd.Nr.	Rev
N A A N	NNNNNNNNNN	NNNNNN	NNAAANN	AANNNA	AANN	XAAXX	AA	NNNN	NN
9K	352126.39	---	---	---	---	EGA	RE	0001	00

Titel der Unterlage Modellrechnungen zur Grundwasserbewegung mit dem Programm FEM 301; Nagra, Interner Bericht 88-63; Particle Tracking Advektiver Transport im Grundwasser Theorie und Code-Beschreibung des Programms Track, Zürich, März 1989 (lfd. Nr. 285) Ersetzt EU 236

Seite  
I.  
Stand  
März 89

Ersteller  
NAGRA

Textnummer

### Stempelfeld

PSP-Element TP 2: 9K/2122423		zu Plan-Kapitel: 3.1.10.4	
		PL	PL
		106.89	106.89
		Freigabe für Behörden	Freigabe im Projekt

Diese Unterlage unterliegt samt Inhalt dem Schutz des Urheberrechts sowie der Pflicht zur vertraulichen Behandlung auch bei Beförderung und Vernichtung und darf vom Empfänger nur auftragsbezogen genutzt, vervielfältigt und Dritten zugänglich gemacht werden. Eine andere Verwendung und Weitergabe bedarf der ausdrücklichen Zustimmung der PTB.



# REVISIONSBLATT

Projekt	PSP-Element	Obj. Kenn.	Funktion	Komponente	Baugruppe	Aufgabe	UA	Lfd. Nr.	Rev
N	A	A	N	N	N	N	N	N	N

9K	352126.39	---	---	---	---	EGA	RE	0001	00
----	-----------	-----	-----	-----	-----	-----	----	------	----

Titel der Unterlage: Modellrechnungen zur Grundwasserbewegung mit dem Programm FEM 301; Nagra, Interner Bericht 88-63; Particle Tracking Advektiver Transport im Grundwasser Theorie und Code-Beschreibung des Programms Track, Zürich, März 1989 (lfd. Nr. 285) Ersetzt EU 236

Seite	II.
Stand	März 89

Rev.	Revisionsst. Datum	verant. Stelle	Gegenzeichn. Name	rev. Seite	Kat. *)	Erläuterung der Revision
------	--------------------	----------------	-------------------	------------	---------	--------------------------

Rev.	Revisionsst. Datum	verant. Stelle	Gegenzeichn. Name	rev. Seite	Kat. *)	Erläuterung der Revision

\*) Kategorie R = redaktionelle Korrektur  
 Kategorie V = verdeutlichende Verbesserung  
 Kategorie S = substantielle Änderung  
 Mindestens bei der Kategorie S müssen Erläuterungen angegeben werden.

**Nagra**

Nationale  
Genossenschaft  
für die Lagerung  
radioaktiver Abfälle

**Cédra**

Société coopérative  
nationale  
pour l'entreposage  
de déchets radioactifs

**Cisra**

Società cooperativa  
nazionale  
per l'immagazzinamento  
di scorie radioattive

# **INTERNER BERICHT 88-63**

## **PARTICLE TRACKING ADVEKTIVER TRANSPORT IM GRUNDWASSER**

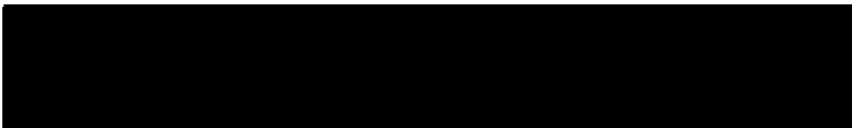
### **Theorie und Code-Beschreibung des Programmes TRACK**

von  VAW ETH Zürich

MÄRZ 1989

#### **STICHWÖRTER**

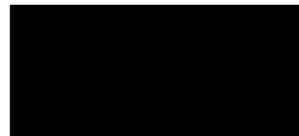
**Geschwindigkeitsfeld, Algorithmus, FEM, Konti-  
nuitätsgleichung, Stromlinien, Software,  
Modellierungsprogramm**



VERSUCHSANSTALT FÜR WASSERBAU, HYDROLOGIE UND GLAZIOLOGIE  
DER  
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

PARTICLE TRACKING - ADVEKTIVER TRANSPORT IM GRUNDWASSER

THEORIE UND CODE-BESCHREIBUNG  
DES PROGRAMMS TRACK



ZÜRICH, MARCH 1989

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
ZUSAMMENFASSUNG	1
1. EINLEITUNG	2
1.1 Voraussetzungen	2
1.2 Modellannahmen	2
1.3 Anwendungen und Status des Codes	3
1.4 Verdankungen	3
2. ZUSAMMENFASSUNG DER THEORIE (vgl. L. Kiraly)	4
2.1 Das Gesetz von Darcy	4
2.2 Die Kontinuitätsgleichung	4
2.3 Stromlinien	5
2.4 Lösung mittels FEM	6
2.4.1 Das Geschwindigkeitsfeld	7
2.5 Newton-Raphson-Algorithmus	10
3. NUMERISCHES LOESUNGSVORGEHEN	12
3.1 Anforderungskatalog	12
3.2 Lösungen	12
3.2.1 Lokalisieren des Startpunktes	13
3.2.2 Punkt im Polyeder-Test	13
3.2.3 Integration der Differentialgleichung	13
3.2.4 Uebergang zum nächsten Element	14
3.2.5 1- und 2-dimensionale Elemente	15
3.2.6 Oszillationen	16
3.2.7 Konzept zur Lösung von Problemen am Elementrand	16
3.2.8 Abbruch-Kriterien	17
3.3 Formelzusammenstellung	18
4. PROGRAMMBESCHREIBUNG	20
4.1 Input-Files	20
4.2 Output-Files	22
4.3 Reduktion der Modelldimension	23

	Seite
5. VERIFIKATION DES PROGRAMMES	24
5.1 Analytischer Vergleichsfall	24
5.1.1 Problemstellung	24
5.1.2 Mathematisches Modell	25
5.1.3 Analytische Lösung	25
5.1.4 Input-Parameter	26
5.1.5 Output	27
5.1.6 Durchlässiger Zylinder	28
i) Analytische Resultate	28
ii) Grobes Netz	29
iii) Feines Netz	33
5.1.7 Diskussion der Resultate (Durchlässiger Zylinder)	37
Fall 1: Analytisches Geschwindigkeitsfeld	37
Fall 2: Diskretisiertes, analytisches Geschwindigkeitsfeld	37
Fall 3: Analytisches Potentialfeld	37
Fall 4: Numerisch berechnetes Potential	37
5.1.8 Undurchlässiger Zylinder	38
i) Analytische Resultate	38
ii) Grobes Netz	39
iii) Feines Netz	43
5.1.9 Diskussion der Resultate (Undurchlässiger Zylinder)	47
Fall 1: Analytisches Geschwindigkeitsfeld	47
Fall 2: Diskretisiertes, analytisches Geschwindigkeitsfeld	47
Fall 3: Analytisches Potentialfeld	47
Fall 4: Numerisch berechnetes Potential	48
5.1.10 Folgerungen	48
5.2 Operationelles Beispiel	49
6. LITERATURVERZEICHNIS	54
ANHANG	A 1

### ZUSAMMENFASSUNG

Vorliegender Bericht beschreibt den Programm-Code TRACK. TRACK berechnet Fließwege und -zeiten im dreidimensionalen, gesättigten, stationären Grundwasserträger auf der Basis der Potentialverteilung. Das Potential wird mit dem Code FEM301 berechnet. Es wird die Trajektorien-Differentialgleichung gelöst. Eine entscheidende numerische Vereinfachung ist die Formulierung der Differentialgleichung im transformierten lokalen Koordinatensystem.

## 1. EINLEITUNG

### 1.1 Voraussetzungen

Das Programm TRACK berechnet Trajektorien und Fliesszeiten entlang Stromlinien in einem stationären, gesättigten, dreidimensionalen Grundwasserträger. Grundlage ist der Code FEM301 (beschrieben in [REDACTED] 1985), der in demselben Aquifer die Potentialverteilung mit der Methode der finiten Elemente bestimmt.

Die Kenntnis der Trajektorien ist wichtig, um Aussagen über den Verlauf von Partikeln von Endlagern in die Biosphäre machen zu können. Daraus können Schlüsse gezogen werden, welcher Art der Chemismus sein wird, da Aufenthaltszeiten in den verschiedenen geologischen Schichtungen von entscheidender Bedeutung sind.

Es wird dieselbe Diskretisierung in finite Elemente benutzt, wie in FEM301. Das Einlesen der Elementdaten, bestehend aus Elementkonfiguration, Knotenkoordinaten und Gebietsparameter, geschieht durch FEM301-Routinen. Ebenfalls werden die die Potentiale enthaltende Resultatfile und ein neu zu kreierendes Startkonditionenfile benötigt. Nach dem Einlesen der Eingabefiles werden für jeden Startpunkt Trajektorien berechnet.

Der vorliegende Bericht beinhaltet vier zentrale Teile: Im ersten Teil werden physikalische und mathematische Grundlagen und numerische Methoden bereitgestellt. Im zweiten Teil wird der Aufbau des Programmcodes beschrieben. Schrittweise werden theoretische Konzepte zu einer numerischen Lösung umgesetzt und jeweils die verwendeten Methoden erwähnt oder dargestellt. Abschliessend folgt eine Zusammenstellung der grundlegenden Formeln. Der dritte Teil kann als "Handbuch" für den Benutzer betrachtet werden. Eingabe und Ausgabe sind mit Beispielen dokumentiert. Der vierte Teil liefert ein analytisches Testbeispiel zur Code-Verifikation. Des weiteren ist im Anhang ein aktuelles, datiertes Listing abgedruckt.

### 1.2 Modellannahmen

Der dreidimensionale Grundwasserträger wird als poröses Medium betrachtet. Geklüftete Gebiete können als äquivalent poröses Medium definiert werden. Das Gesetz von Darcy ergibt mit der Kontinuitätsgleichung die zu lösenden Differentialgleichungen.

In FEM301 basiert die Lösungsmethode auf dem finite-Elemente-Verfahren nach [REDACTED]. Es werden quadratische



Interpolationspolynome benützt. Klüfte, Stollen etc. können durch zwei- und eindimensionale Elemente diskretisiert werden. Permeabilitäten und Porositäten sind elementweise konstant.

Zur Berechnung der Trajektorien kann der Modellinput belassen werden. Die Behandlung von zwei- und eindimensionalen Elementen erfordert ein konzeptuelles Vorgehen. Es wurde ein Konzept gewählt, in welchem die konservative Philosophie des schnellsten Weges verfolgt wird. Nach demselben Konzept werden auch Schwierigkeiten behandelt, die sich bei stark kontrastierenden Elementübergängen ("Sprünge" in der Permeabilität) ergeben (siehe Kapitel 3.2.6 Oszillationen).

### 1.3 Anwendungen und Status des Codes

Der Vergleich mit analytischen Beispielen zeigt gute Übereinstimmung der numerischen Resultate. Schwierigkeiten mit "pinched sided elements" (Elemente, wo Kanten zusammengeklappt werden oder zu Knoten degenerieren) sind noch nicht vollständig aus dem Weg geräumt. In diesem Zusammenhang ist die Mitarbeit von Benutzerseite unerlässlich.

In der vorliegenden Version des Codes ist es möglich, Modelle mit reduzierter Raumdimension zu behandeln. Der Aufwand für die Anpassung des Codes an andere Programme ist abhängig davon, mit welchen Elementtypen diskretisiert wird. Falls völlig fremde Elementtypen verwendet werden, sind einige Änderungen notwendig, da gewisse Programmbausteine elementtopologische Eigenschaften berechnen müssen.

Der Stand des Programmes ist nicht endgültig. Vorgesehen ist, dass zwecks Qualitätssicherung das Programm nochmals überarbeitet und leserlich gestaltet wird. Ebenfalls sind einige, die Lesbarkeit fördernde Änderungen am Programmaufbau vorgesehen.

### 1.4 Verdankungen

Der Autor des Berichtes möchte die Mitarbeit von [REDACTED] (Motor Columbus, Ing., Baden) nicht unerwähnt lassen. Er war massgeblich an der Entwicklung des Programmkonzeptes beteiligt, hat einige Programmteile neu geschrieben und bedeutende Fehler im Code entdeckt und korrigiert. Entscheidende Hinweise und Hilfe, besonders in der Startphase des Programms, kamen von [REDACTED] (VAW-ETH, Zürich). Ebenfalls hat er den vorliegenden Text korrigiert. [REDACTED] und [REDACTED] (VAW-ETH, Zürich) verdankt der Autor die Mithilfe beim Austesten des Programms, indem sie beim Erstellen des Netzes und der Eingabedaten Hilfe geleistet haben.

## 2. ZUSAMMENFASSUNG DER THEORIE (vgl. [REDACTED] 1985)

Es wird ein dreidimensionaler gesättigter Grundwasser-träger betrachtet, dessen poröse Matrix stationär durchströmt wird. Im Falle von geklüfteten Systemen kann ein äquivalent poröses Medium definiert werden. Das Gesetz von Darcy ergibt zusammen mit der Kontinuitätsgleichung einen vollständigen Satz linearer Differentialgleichungen. Die vollständige Herleitung und Nomenklatur sind [REDACTED] 1985] zu entnehmen. Im folgenden werden die für das particle tracking relevanten Grundlagen wiederholt und wo nötig erweitert.

### 2.1 Das Gesetz von Darcy

Aus der Impulserhaltung folgt mit den Annahmen, dass

1. äussere Kraftfelder durch Druckgradienten und die Erdbeschleunigung beschrieben werden,
2. Trägheitskräfte vernachlässigt werden und
3. der Strömungswiderstand proportional dem Volumenfluss  $q$  (= Darcy-Geschwindigkeit) ist,

das Darcy-Gesetz in der Form:

$$2-1 \quad q^k = -K^{k1} \frac{\partial}{\partial x^1} \left( \frac{p}{\rho g} + x^3 \right)$$

$$q^k \quad \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}} / \text{m}^2 \right] \quad \text{Darcy-Geschwindigkeit}$$

$$K^{k1} \quad [\text{m/s}] \quad \text{Permeabilitätstensor}$$

$$p \quad [\text{kg m/s}^2] \quad \text{Druck}$$

$$\rho \quad [\text{kg/m}^3] \quad \text{Dichte}$$

$$g \quad [\text{m/s}^2] \quad \text{Erdbeschleunigung}$$

Der Ausdruck  $\left( \frac{p}{\rho g} + x^3 \right)$  wird piezometrische Höhe genannt.

Er stellt ein Potential dar.

$$2-2 \quad h = \left( \frac{p}{\rho g} + x^3 \right) \quad \text{Definition des Potentials}$$

### 2.2 Die Kontinuitätsgleichung

Aus der Massenbilanz für stationäre inkompressible Strömungen erhält man:

$$2-3 \quad \frac{\partial}{\partial x^k} \cdot q^k + Q = 0$$

$Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] Volumen - Quell/Senke-Term

Die Kombination von (2-1), (2-2) und (2-3) liefert

$$2-4 \quad - \frac{\partial}{\partial x^k} (K^{kl} \frac{\partial h}{\partial x^l}) + Q = 0 ,$$

und mittels Definition der Porosität erhält man die Beziehung zwischen Darcy-Fluss und Fließgeschwindigkeit.

$$2-5 \quad v^k = \frac{1}{\epsilon} q^k \quad \text{Fließgeschwindigkeit}$$

$$\epsilon [1] \quad \text{Porosität des Mediums}$$

### 2.3 Stromlinien

Im stationären Fall sind Trajektorien entlang Fließwegen identisch den Stromlinien.

Stromlinien sind allgemein definiert durch das Tangentialfeld an das Geschwindigkeitsfeld zu einem gegebenen Zeitpunkt.

$$2-6 \quad \frac{\partial s^k(t, \lambda)}{\partial \lambda} = v^k(s^i, t) \quad \text{Definition der Stromlinienfunktion } s^k(t, \lambda)$$

$$2-7 \quad \frac{dx^k(t)}{dt} = v^k(x^i, t) \quad \text{Definition des Fließweges } x^k(t)$$

Bei Stationarität ist die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  unabhängig von  $t$ ; somit werden (2-6) und (2-7) identisch.

In einem 2-dimensionalen stationären Modell ist es möglich, die Bahn des Fließweges als Linien konstanter Stromfunktion zu berechnen, indem man die Stromfunktion analog der Potentialfunktion bestimmt. Dieses Vorgehen scheitert meist daran, dass die Randbedingungen nicht einfach formulierbar sind.

Wir werden uns im folgenden an die zeitunabhängige Definition (2-8) halten.

$$2-8 \quad \frac{dx^k}{dt} = v^k(x^i)$$

dies ergibt in Kombination mit (2-5) und (2-1)

$$2-9 \quad \frac{dx^k}{dt} = - \frac{1}{\epsilon} K^{kl} \frac{\partial}{\partial x^l} h(x^i)$$

## 2.4 Lösung mittels FEM

Das Potentialproblem (2-4) wird mit der Methode der finiten Elemente gelöst. Die stationären Potentiale  $h(x^i)$  sind der Ausgangspunkt zu Lösung von (2-9). Es liegt nahe, in (2-9) für  $h(x^i)$  dieselben Interpolationsfunktionen anzusetzen wie für deren Berechnung.

benützt im Code FEM301 quadratische isoparametrische Elemente; i.e. die Geometrie eines Elementes und die Interpolation des Potentials innerhalb dieses Elementes geschehen durch dieselben Ansatzfunktionen. Die Geometrie eines Elementes wird durch die Koordinatentransformation

$$2-10 \quad x^k(s^i) = \sum_{\nu=1}^n N_{\nu}(s^i) \cdot x_{\nu}^k \quad \text{approximiert.}$$

Das Potential wird dargestellt durch

$$2-11 \quad h(x^k) = \sum_{\nu=1}^n N_{\nu}(s^i(x^k)) h_{\nu}$$

mit

$k = 1, 3$             Raumdimension des Modells  
 $i = 1, m$             Raumdimension des verwendeten Elementes  
 $\nu = 1, n$

$x^k$             :            globale Koordinaten

$s^i$             :            lokale Koordinaten

$N_{\nu}(s^i)$  :            Ansatzfunktionen in den Knoten  $\nu$

$n$             :            Anzahl Knoten

$x_{\nu}^k$         :            Koordinaten des Knotens  $\nu$

$h_{\nu}$         :            berechnetes Potential in den Knoten

Die Koordinatentransformation  $x^k(s^i)$  ist im Normalfall eine Abbildung der gekrümmten Geometrie des Elementes auf ein Polyeder mit einfacher Geometrie. Es werden folgende Bedingungen an sie gestellt:

-  $x^k(s^i)$  ist injektiv:

$$x^k(s_1^i) = x_1^k, \quad x^k(s_2^i) = x_1^k \quad \Rightarrow \quad s_1^i = s_2^i$$

- falls  $m = 3$  ist, i.e. das Element ist echt 3d:  
 $s^i(x^k)$  existiert und ist injektiv.

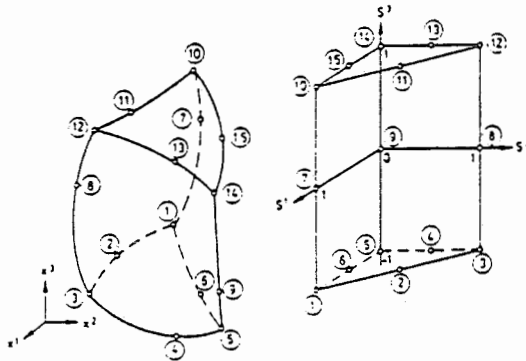


Fig. 1: Koordinatentransformation  
Abbildung des gekrümmten Elementes auf ein reguläres Polyeder

2.4.1 Das Geschwindigkeitsfeld

Die Verwendung isoparametrischer Elemente führt auch für das Geschwindigkeitsfeld, Gleichung (2-9), zu einer Darstellung analog zur Potentialdarstellung und der Koordinatentransformation. Dazu werden noch einige differentialgeometrische Definitionen benötigt. Sie sollen im folgenden kurz erläutert werden.

Funktionalmatrix

Die Ableitung der Koordinatentransformation nach den lokalen Koordinaten ist definiert durch:

2-12  $\frac{\partial x^k}{\partial s^i} = D_i^k$  Funktional- oder Jacobimatrix

für  $i=1,3$  wird die Funktionaldeterminante bestimmt durch

2-13  $| D_i^k | = \det \left( \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \right)$

Metrischer Tensor

Um Umkehrabbildungen von "singulären" Elementen (= 2d- und 1d-Elemente) berechnen zu können, wird der metrische Tensor benötigt.

2-14  $g_{im} = \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \frac{\partial x^l}{\partial s^m} \delta_{kl}$  2-fach kovarianter metrischer Tensor

und

2-15  $g^{kn} \delta_n^i g_{il} = \delta_l^k$ , mit  $g^{kn}$  = 2-fach kontravarianter Tensor

wobei  $\delta_{kl}$  das Kroneckersymbol darstellt.

Mit Hilfe dieser Mittel lassen sich einige wichtige Grössen herleiten. Wir werden die im folgenden benötigten aufführen und versuchen, sie plausibel herzuleiten.

Inverse der Funktionalmatrix

Bei 3d-Elementen gewinnt man die Inverse Funktionalmatrix ganz einfach durch Matrix-Inversion.

$$2-16 \quad \frac{\partial s^i}{\partial x^k} = \left( \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \right)^{-1} = (D^{-1})_k^i ,$$

da  $D_i^k$  eine invertierbare 3x3 Matrix ist.

Bei singulären Elementen erhält man die Inverse über den inversen metrischen Tensor.

$$2-17 \quad \frac{\partial s^i}{\partial x^k} = g^{im} \delta_{kl} \frac{\partial x^l}{\partial s^m} \quad ( \hat{=} (D^{-1})_k^i )$$

Beweis

$$\begin{aligned} \delta_k^p &= \frac{\partial x^p}{\partial x^k} &= \frac{\partial x^p}{\partial s^q} \frac{\partial s^q}{\partial x^k} &| \cdot \frac{\partial x^l}{\partial s^m} \delta_{pl} \\ \delta_k^p \delta_{pl} \frac{\partial x^l}{\partial s^m} &= \frac{\partial x^p}{\partial s^q} \frac{\partial x^l}{\partial s^m} \delta_{pl} \frac{\partial s^q}{\partial x^k} \\ \delta_{kl} \frac{\partial x^l}{\partial s^m} &= \frac{\partial x^p}{\partial s^q} \frac{\partial s^q}{\partial x^k} \delta_{qm} &| \cdot g^{im} \\ g^{im} \delta_{kl} \frac{\partial x^l}{\partial s^m} &= g^{im} g_{qm} \frac{\partial s^q}{\partial x^k} \\ &= \delta_q^i \frac{\partial s^q}{\partial x^k} = \frac{\partial s^i}{\partial x^k} \end{aligned}$$

Transformation von kovarianten Vektoren

Ein kovarianter Vektor ist durch sein Transformationsverhalten definiert. Wir gehen den umgekehrten Weg und fragen uns, wie ein in globalen Koordinaten kovarianter Vektor in lokalen Koordinaten aussieht. Als typisches Beispiel eines kovarianten Vektors gilt der Gradientenoperator (z.B. der Potentialgradient).

Vor:  $\frac{\partial}{\partial x^k}$   $\xrightarrow{\quad ? \quad}$   $\frac{\partial}{\partial s^i}$  ist gesucht

$$2-18 \quad \frac{\partial}{\partial s^i} = \frac{\partial}{\partial x^k} \frac{\partial x^k}{\partial s^i}$$

$$2-19 \quad \frac{\partial}{\partial x^k} = \frac{\partial s^i}{\partial x^k} \frac{\partial}{\partial s^i}$$

### Beispiele

$$2-20 \quad \frac{\partial h}{\partial x^k} = (D^{-1})^i_k \frac{\partial h}{\partial s^i} \quad \text{Potentialgradient}$$

$$2-21 \quad \text{Flächennormale } n_k \text{ zu } F(x^k) = 0$$

$$n_k = \frac{\partial F}{\partial x^k} = (D^{-1})^i_k \frac{\partial F}{\partial s^i}$$

### Transformation von kontravarianten Vektoren

Analog zu obigen Transformationen leiten sich die Transformationen kontravarianter Vektoren her. Beispiel für diesen Fall ist der Geschwindigkeitsvektor.

Vor:  $\partial x^k \quad \text{---?---} \rightarrow \partial s^i \quad \text{ist gesucht}$

$$2-22 \quad \partial x^k = \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \partial s^i$$

$$2-23 \quad \partial s^i = \frac{\partial s^i}{\partial x^k} \partial x^k$$

### Beispiele

$$2-24 \quad v^k = \frac{\partial x^k}{\partial t} = \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \frac{\partial s^i}{\partial t} \quad \text{Geschwindigkeitsvektor}$$

$$2-25 \quad \text{Tangentiale } \tau^k \text{ an Raumkurve } x^k(r)$$

$$\tau^k = \frac{\partial x^k}{\partial r} = \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \frac{\partial s^i}{\partial r}$$

mit  $s^i(r)$  der Parametrisierung der Kurve.

Wir nehmen noch einige Definitionen vorweg und erhalten für Gleichung (2-9) eine explizite Darstellung; i.e. dass die Differentialgleichung nur noch von einem Koordinatentripel abhängt.

$$2-26 \quad u^i = \frac{\partial s^i}{\partial t} \quad \text{lokale Geschwindigkeit}$$

$$2-27 \quad j_k = \frac{\partial h}{\partial x^k} \quad \text{globaler Potentialgradient}$$

$$2-28 \quad l_i = \frac{\partial h}{\partial s^i} \quad \text{lokaler Potentialgradient}$$

$$2-29 \quad \frac{\partial s^i}{\partial x^k} = \left( \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \right)^{-1}, \quad i, k = 1, 3 \quad \backslash \quad = (D^{-1})^i_k \quad /$$

$$g^{im} \delta_{kl} \frac{\partial x^l}{\partial s^m}, \quad \text{Max}(i, m) < 3$$

somit für (2-9)

$$2-30 \quad \frac{\partial s^i}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial s^i}{\partial x^k} K^{kl} \frac{\partial s^m}{\partial x^l} \frac{\partial h}{\partial s^m}$$

Die Vorteile dieser Darstellung sind offensichtlich:

- Explizität der Funktionen  $h(s^i)$  und  $x^k(s^i)$ ; die Differentialgleichung ist von der Form

$$\frac{\partial s^i}{\partial t} = F^i(s^m).$$

Sie lässt sich mit gängigen Methoden wie Euler-Verfahren oder Runge-Kutta-Integration lösen.

- $F^i(s^m)$  ist elementweise analytisch. Ein Element ist im  $s^k$ -Koordinatenraum ein Polyeder; die Grenzen sind exakt berechenbar und der Uebergang zum nächsten Element ist einfach zu handhaben.
- Die lineare Interpolation der Funktion  $s^k(t)$  entspricht in globalen Koordinaten einer Interpolation mittels Ansatzfunktionen. Eine gekrümmte Elementgeometrie schlägt sich auch in der Bahn des Fließweges nieder. (Kann auch nachteilig sein!)
- Es ist möglich mit adaptiver Schrittweite zu integrieren, so dass der jeweiligen Feinheit des Elements Rechnung getragen wird. Die Anzahl Integrations-schritte ist einfach abzuschätzen; dies ist numerisch von grossem Vorteil.

Wir werden im nächsten Kapitel, wo die numerische Lösung besprochen wird, einen anschaulichen Einblick gewinnen. Des weiteren soll noch ein Approximationsverfahren erläutert werden, von dem ebenfalls in der Numerik Gebrauch gemacht wird.

2.5 Newton-Raphson-Algorithmus

Die Bezeichnung (2-10)  $x^k = x^k(s^i)$  ist, wie sie im Code FEM301 benutzt wird, quadratisch in allen Komponenten. Die Gleichung ist gewöhnlich nicht analytisch invertierbar. Ihre Gutartigkeit (injektiv) erlaubt uns, in den



meisten Fällen ein einfaches und schnell konvergentes Verfahren zur Lösung anzuwenden.

Basierend auf dem Newton-Verfahren bei  $\mathbb{R}^1$ - $\mathbb{R}^1$  Abbildungen (siehe Figur 2) lässt sich für Abbildungen  $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ , mit  $m \leq n$ , folgende Methode herleiten:

Vor:  $x^k = x^k(s^i) \quad k = 1, n \quad i = 1, m \quad m \leq n$

Gesucht:  $s_0^i$ , so dass  $x^k(s_0^i) = x_0^k$

Algorithmus:

$$\Delta x_\nu^k = x_0^k - x_\nu^k$$

$$\Delta s_\nu^i = s_{\nu+1}^i - s_\nu^i \quad \text{und}$$

$$\frac{\Delta x_\mu^k}{\Delta s_\mu^i} \sim \frac{\partial x^k}{\partial s^i}(s_\mu^i) \quad \text{damit folgt}$$

$$2-31 \quad s_{\nu+1}^i = s_\nu^i + \frac{\partial s^i}{\partial x^k}(s_\nu^i) \cdot (x_0^k - x_\nu^k)$$

Zur Berechnung von  $\frac{\partial x^i}{\partial x^k}$  werden die im obigen Abschnitt hergeleiteten Beziehungen benötigt.

Voraussetzung für Konvergenz des Verfahrens ist eine strikt positive (oder negative) Funktionaldeterminante.

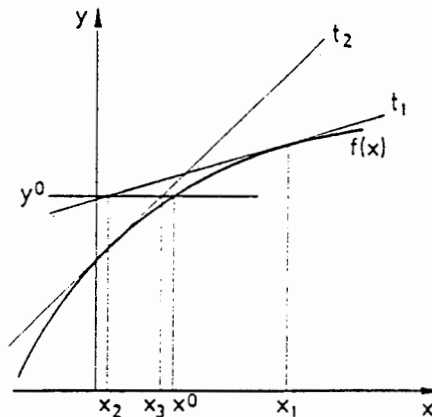


Fig. 2: Newton-Verfahren:

Folge  $x_1, x_2 \dots$  konvergiert nach  $x^0$ , mit  $y^0 = f(x^0)$ .  $x_{n+1}$  ist gegeben durch den Schnittpunkt der Tangente  $t_n$  an  $f(x_n)$  mit der Geraden  $y = y^0$ .

### 3. NUMERISCHES LOESUNGSVORGEHEN

Bevor vorgängig beschriebene Theorie in numerische Verfahren umgesetzt wird, soll ein Katalog aufgestellt werden, in dem steht, was bereits bekannt ist, welche Anforderungen gestellt sind, welche Resultate gefragt sind. Anhand dieses Kataloges werden Schritt für Schritt numerische Methoden bereitgestellt und diskutiert.

#### 3.1 Anforderungskatalog

Ausgangspunkt ist ein 3-dimensionaler gesättigter Grundwasserträger. Bekannt sind

- die topologischen Daten (Ausdehnung, Einteilung in finite Elemente, Stollen etc.)
- die hydrogeologischen Daten (Randbedingungen, Porositäten, Permeabilitäten, Brunnen, Zuflüsse)
- die numerisch berechneten Potentiale (FEM301) in den Knoten.

Gegeben sind weiter

- Startpunkte von Trajektorien an interessierenden Stellen (potentielle Endlager, Kontaminationsschwerpunkte).

Gesucht sind

- die Fliesswege, beginnend bei den Startpunkten (particle tracks)
- die Fliesszeiten
- evt. lokale Fliessgeschwindigkeiten
- evt. Gründe für Berechnungsabbruch

#### 3.2 Lösungen

Jede Trajektorie wird nach folgendem Konzept berechnet:

- i) Zum Startpunkt werden zugehöriges Element und lokale Koordinaten bestimmt.
- ii) Lösung der Differentialgleichung (2-30) für die lokale Fliessgeschwindigkeit, bis die Trajektorie den Elementrand erreicht.

- iii) Bestimmen des nächsten Elementes und den zugehörigen lokalen Koordinaten und weiterfahren nach ii), bis ein Abbruchkriterium wirksam wird.

### 3.2.1 Lokalisieren des Startpunktes

Das Startelement wird aus der Klasse von Elementen bestimmt, die den Knoten enthalten, der dem Startpunkt am nächsten ist. Für diese Elemente werden die zum Startpunkt gehörenden lokalen Koordinaten nach der Newton-Raphson-Methode berechnet, bis ein Element gefunden wird, dessen Koordinaten innerhalb des Elementes liegen.

### 3.2.2 Punkt im Polyeder-Test

Die Berechnung, ob ein Punkt innerhalb oder ausserhalb eines Elementes liegt, kann bei krummliniger Geometrie nur approximativ geschehen. Der Umweg über die Berechnung der lokalen Koordinaten liefert eine einfache Lösung, da in lokalen Koordinaten alle Elemente Polyeder darstellen.

Man betrachtet das Polyeder als Schnitt von Halbräumen und braucht nur zu entscheiden, ob die Koordinate im richtigen Halbraum liegt. Jeder Halbraum wird definiert durch die Ebene, die eine Polyeder-Fläche enthält, und man ordnet beispielsweise der das Polyeder enthaltenden Hälfte ein positives Vorzeichen zu.

### 3.2.3 Integration der Differentialgleichung

Die Gleichung (2-30) vom Typ  $\frac{\partial s^i}{\partial t} = F^i(s^k)$  wird mittels Euler-Verfahren integriert, wobei wahlweise eine Runge-Kutta-Approximation eingeschaltet werden kann.

Euler-Verfahren:

$$3-1 \quad s_{\nu+1}^i = s_{\nu}^i + F^i(s_{\nu}^k) \cdot \Delta t$$

Runge-Kutta-Verfahren:

Die Grösse  $F^i(s_{\nu}^k)$  wird so gemittelt, dass die Fehler bis zur 3. Ordnung verschwinden.

$$F^i(s_{\nu}^k) \quad \text{---} \rightarrow \quad \hat{F}^i(s_{\nu}^k) \quad \text{mit}$$

$$\begin{aligned}
 3-2 \quad \hat{F}^i(s_\nu^k) &= \frac{1}{6} (f_1^i + 4 f_2^i + f_3^i) \quad \text{und} \\
 f_1^i &= F^i(s_\nu^k) \\
 f_2^i &= F^i(s_\nu^k + \frac{1}{2}\Delta t f_1^k) \\
 f_3^i &= F^i(s_\nu^k + 2\Delta t f_2^k - \Delta t f_1^k)
 \end{aligned}$$

Der Zeitschritt  $\Delta t$  wird so gewählt, dass bei jedem Integrationsschritt dieselbe räumliche Schrittweite resultiert. Dies hat den Vorteil, dass die Anzahl Schritte abschätzbar ist und bei extremen Geschwindigkeiten (z.B. in der Nähe von Brunnen oder Senken) keine zu weiten (oder zu geringen) Sprünge entstehen.

$$3-3 \quad | F^i(s_\nu^k) | \cdot \Delta t = \Delta s = \text{konstant}$$

Nach jedem Integrationsschritt wird ermittelt, ob der neue Punkt noch innerhalb des Elementes liegt (Punkt im Polyeder-Test). Punkte ausserhalb werden entlang des letzten Schrittes auf den Elementrand zurückgesetzt.

#### 3.2.4 Uebergang zum nächsten Element

Wenn die Trajektorie den Elementrand erreicht, muss ein neues, folgendes Element zur Fortsetzung bestimmt werden. Dabei ist Typ des Randes, ob es eine Fläche, Kante oder ein Knoten ist, von Bedeutung. Bei Kante oder Knoten kommen mehrere Elemente in Frage. Zur Behandlung dieses Falles wird auf den folgenden Abschnitt verwiesen. Ueblicherweise ist der Rand 2-dimensional. Um das angrenzende Element zu bestimmen, wird vorgängig die sogenannte Connection Matrix berechnet. Sie enthält zu jedem Element die an die Seitenfläche grenzenden Nachbar-elemente.

##### Beispiel

Element Nr. 17 habe an Fläche Nr. 3 Element Nr. 13 als Nachbar mit Fläche Nr. 2:

$$\begin{aligned}
 \text{ICON}(3, 17) &= 13 \\
 \text{ICON}(2, 13) &= 17
 \end{aligned}$$

Das relativ zeitaufwendige Erstellen der Connection Matrix zahlt sich vor allem dann aus, wenn mehrere Berechnungen am selben Modell (i.e. ungeänderte Topologie) gemacht werden, oder viele Trajektorien während eines Durchlaufes zu berechnen sind. Zu diesem Zweck ist es vorteilhaft, sie als File abzuspeichern.

Ist das folgende Element bestimmt, werden die lokalen Eintrittskoordinaten bestimmt und die Integration fortgesetzt. Es ist möglich, die neuen Koordinaten direkt

aus den alten zu berechnen. Dazu wird neben Austritts- und Eintrittsfläche die Orientierung der beiden Flächen zueinander benötigt. Weitere Schwierigkeiten ergeben sich bei den sogenannten "pinched elements", wo eine Dreiecksfläche aus einer "zusammengedrückten" Vierecksfläche gebildet wird. Deshalb wird auf dieses Vorgehen verzichtet, und die Koordinaten werden nach der Newton-Raphson-Methode berechnet.

### 3.2.5 1- und 2-dimensionale Elemente

Elemente niederer Dimension bedürfen einer Spezialbehandlung. Sie sind mathematisch singulär, i.e. sie entstehen als Grenzfall eines unendlich dünnen 3-dimensionalen oder 2-dimensionalen Elementes. Es werden einige Möglichkeiten des Vorgehens diskutiert:

#### 1. Fall: Ignorieren

Die einfachste Lösung dieses Problems ist, nichts zu tun. Dass man das darf, erklärt sich dadurch:

- Es entstehen keine quantitativen Lücken im Modell; alle Potentiale werden berücksichtigt.

Der Nachteil ist, dass der Einfluss hochkonduktiver Elemente unberücksichtigt bleibt. Für eine Näherung ist dieses Vorgehen brauchbar.

#### 2. Fall: Analog wie 3-dimensionale Elemente

Als zweite Möglichkeit bietet sich an, die 2- und 1-dimensionalen Elemente ungeachtet ihrer Dimension zu behandeln. Damit wird der im 1. Fall vernachlässigte Effekt berücksichtigt; andererseits wird wegen der fehlenden Geschwindigkeitskomponente "quer" zum Element die Trajektorie das Element nur am Elementrand verlassen können.

#### 3. Fall: Kombination von Fall 1 und Fall 2

Da beide obigen Vorgehen nicht ganz befriedigen, wird ein Verfahren gewählt, wo der Einfluss aller Elemente berücksichtigt wird, die den aktuellen Punkt enthalten. Typischerweise liegen 2-dimensionale Elemente zwischen 3-dimensionalen und 1-dimensionalen Elementen auf Kanten von 3-dimensionalen Elementen, so dass mindestens 3 Elemente einen Einfluss haben. Um sich für ein Element zu entscheiden, geht man davon aus, dass die Trajektorie den schnellsten Weg wählt. Sie führt ihren Weg in dem Element fort, das die Trajektorie aufnimmt und die grösste Geschwindigkeit aufweist. Erfolgt ein Schritt entlang des Randes, wird diese Auswahl nach jedem Integrationsschritt neu getroffen, da die Nachbarelemente

noch beteiligt sind. Nach diesem Vorgehen werden sowohl 1- und 2-dimensionale Elemente einbezogen wie auch die von den 3-dimensionalen Elementen stammenden "Querkomponenten" berücksichtigt.

Nach demselben Vorgehen wird ein Element ausgewählt, wo der Rand eine Kante oder ein Eckknoten ist.

### 3.2.6 Oszillationen

An Elementrändern treten noch weitere Schwierigkeiten auf. Wegen der Unstetigkeit des Geschwindigkeitsfeldes am Elementrand entstehen vornehmlich bei starken Kontrasten der Konduktivität entgegengesetzt gerichtete Geschwindigkeitsvektoren, so dass kein Element die Trajektorie "akzeptiert". Fährt man in diesem Fall mit der grössten Geschwindigkeit weiter, wird der nächste Integrationsschritt wieder zurückführen, so dass auf dem Rand eine Zickzack-Linie entsteht. In manchen Fällen findet die Trajektorie nicht mehr weg; sie oszilliert.

Der Grund für Oszillationen kann auch bedingt sein durch Potentialmulden, die auf ungenügend feine Diskretisierung zurückzuführen sind. In diesem Fall wird die Berechnung abgebrochen, was physikalisch sinnvoll ist. Ein Versuch, die Oszillation auf dem Rand zu glätten, soll noch erläutert werden.

In allen den betreffenden Rand enthaltenden Elementen wird der Geschwindigkeitsvektor untersucht. Falls der Vektor aus dem Element hinauszeigt, wird nur die Komponente entlang des Randes berücksichtigt. Es sind drei Typen von Rändern nach ihrer Dimension zu unterscheiden. Liegt der Punkt auf einer Elementseitenfläche (2-dimensionaler Rand), erhält man die gesuchte Geschwindigkeitskomponente durch Projektion des Vektors auf diese Fläche. Liegt der Punkt auf einer Elementkante (1-dimensionaler Rand) oder in einem Eckknoten (0-dimensionaler Rand), wird versucht, den Vektor nach absteigender Dimension der beteiligten Ränder zu projizieren. Bei einer Kante sind Seitenflächen und bei einem Eckknoten Seitenflächen und Kanten miteinzubeziehen. Ein Vektor wird so oft projiziert, bis eine Komponente entlang des Randes ins Element zeigt. Auf diese Weise werden die Freiheitsgrade minimal eingeschränkt. Bei einem Eckknoten als Rand kann der Fall eintreten, dass keine Komponente ins Element zeigt. Dieses Element ist auszuschliessen.

### 3.2.7 Konzept zur Lösung von Problemen am Elementrand

Es liegt nahe, die niedrig dimensionalen Elemente (s. 3.2.5) und die Oszillationen (s. 3.2.6) nach demselben

Vorgehen zu behandeln, da beides Phänomene sind, die an Elementrändern auftreten. Dabei stellt sich heraus, dass zwei Konzepte (i-ii) verfolgt werden können. Ausgangspunkt für beide Konzepte ist:

- Der Punkt liegt auf einem Rand (2-, 1-, 0-dimensionaler Rand, nach (3.2.6))
- Fallunterscheidung bei niedrig dimensionalen Elementen
  - a) es liegen keine 1- und 2-dimensionalen Elemente vor
  - b) es liegen 1- und 2-dimensionale Elemente vor
- Die Geschwindigkeitsvektoren werden nach dem Vorgehen in (3.2.6) projiziert. Hernach werden Klassen von Geschwindigkeitsvektoren gebildet. Eine erste Klasse enthält alle Vektoren, eine zweite Klasse enthält die projizierten Vektoren, eine dritte Klasse enthält die nicht-projizierten Vektoren.

i) Prinzip des grössten Freiheitsgrades (Normalfall)  
Das Konzept beruht darauf, dass ein nicht-projizierter Vektor, da er mehr Freiheitsgrade besitzt, einem projizierten Vektor bevorzugt wird. Es wird nach 2 Fällen unterschieden:

- a) Keine 2-, 1-dimensionalen Elemente  
~~Die dritte Klasse der nicht projizierten Vektoren~~ hat Priorität vor der ersten Klasse.
- b) 2-, 1-dimensionale Elemente vorhanden  
~~Die erste Klasse (alle Vektoren)~~ wird untersucht.

ii) Prinzip des schnellsten Weges (Konservativer Fall)  
Ohne Fallunterscheidung wird die erste Klasse untersucht.

Ziel ist es, aus der gewählten Klasse den Geschwindigkeitsvektor mit maximalem Betrag auszuwählen und die Trajektorie im zugehörigen Element fortzusetzen. Falls der Integrationsschritt auf dem Rand verläuft, muss nach einem Schritt das ganze Vorgehen wiederholt werden.

### 3.2.8 Abbruch-Kriterien

Die Berechnung einer Trajektorie endet im Idealfall dann, wenn sie das Gebiet verlässt oder in eine vorgegebene Senke gelangt.

Das Verlassen des Gebietes ist numerisch und geometrisch wohl definiert.

Eine Senke kann lokalisiert werden, indem die Distanz nach mehreren Integrationsschritten berechnet wird, und diese Distanz eine vorgegebene Mindestreichweite betragen soll.

Eine weitere Möglichkeit ist, die Richtungsänderung zweier aufeinander folgender Geschwindigkeitsvektoren zu berechnen und nur eine maximale Änderung zuzulassen.

Die maximale Anzahl Integrationsschritte kann begrenzt werden.

### 3.3 Formelzusammenstellung

Die folgende Formelsammlung soll den in (3.2) beschriebenen Lösungsvorgang kurz zusammenfassen, um den Uebergang zur Computer-Programmierung zu erleichtern. Gleichzeitig wird die Schreibweise in Matrixdarstellung angefügt.

	<u>Tensor</u>		<u>Vektor, Matrix</u>
3-4	$v_k$	$\rightarrow$	$v_k = \vec{v}$
3-5	$A_i^k$	$\rightarrow$	$a_{ik} = A$
3-6	$A_i^k \cdot v_k$	$\rightarrow$	$a_{ik} v_k = A\vec{v}$
3-7	$A_k^i \cdot v_k$	$\rightarrow$	$a_{ki} v_k = A^T \vec{v}$

#### Funktionalmatrix (F)

$$3-8 \quad \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \rightarrow d_{ik} = D ; F = D$$

#### Inverse der Funktionalmatrix ( $F^{-1}$ )

$$3-9a \quad \frac{\partial s^i}{\partial x^k} \rightarrow (d^{-1})_{ki} = D^{-1} ; F^{-1} = D^{-1}$$

$$3-9b \quad \frac{\partial s^i}{\partial x^k} = g^{im} \delta_{kl} \cdot \frac{\partial x^l}{\partial s^m} \rightarrow F^{-1} = (D \cdot D^T)^{-1} \cdot D$$

#### Globaler Potentialgradient ( $\vec{j}$ )

$$3-10 \quad \frac{\partial h}{\partial x^k} = \frac{\partial h}{\partial s^i} \frac{\partial s^i}{\partial x^k} \rightarrow \vec{j} = F^{-1} \vec{l}$$

mit  $\vec{l}$ : lokaler Potentialgradient



Lokale Geschwindigkeit ( $\vec{u}$ )

$$3-11 \quad u^i = \frac{\partial s^i}{\partial t} = \frac{\partial s^i}{\partial x^k} \cdot v^k \quad \rightarrow \quad (F^{-1})^T \vec{v}$$

mit  $\vec{v}$ : globale Geschwindigkeit

Projektion auf Fläche  $S(\vec{x}) = 0$ 

Normalenvektor:  $\vec{n}$

$$3-12 \quad n_k = \frac{\partial S}{\partial x^k} = \frac{\partial s^i}{\partial x^k} \frac{\partial S}{\partial s^i} \quad \rightarrow \quad \vec{n} = (F^{-1}) \cdot \vec{m}$$

mit  $m_i = \frac{\partial S}{\partial s^i}$ : lokale Normale

$$3-13 \quad \vec{v}_p = \vec{v} - \frac{(\vec{v}, \vec{n})}{\|\vec{n}\|^2} \cdot \vec{n}$$

mit  $\vec{v}$ : globaler Vektor

$\vec{v}_p$ : Projektion

Projektion auf Kante  $\vec{x}(r)$ 

Tangentialvektor:  $\vec{\tau}$

$$3-14 \quad \tau^k = \frac{\partial x^k}{\partial s^i} \frac{\partial s^i}{\partial r} \quad \rightarrow \quad \vec{\tau} = F^T \vec{\sigma}$$

mit  $\sigma^i = \frac{\partial s^i}{\partial r}$ : lokale Tangente

$$3-15 \quad \vec{v}_p = \frac{(\vec{v}, \vec{\tau})}{\|\vec{\tau}\|^2} \vec{\tau}$$

Differentialgleichung der lokalen Trajektorie

$$3-16 \quad \dot{\vec{s}} = -\frac{1}{\epsilon} (F^{-1})^T K F^{-1} \cdot \vec{I}$$

"Lokaler Permeabilitätstensor"  $K_{\text{lokal}}$ 

$$3-17 \quad K_{\text{lokal}} = (F^{-1})^T K F^{-1}$$

#### 4. PROGRAMMBESCHREIBUNG

Das Programm TRACK ist als Postprocessor zu FEM301 konzipiert. Es benützt genau dieselben Eingabedaten für die Elementtopologie und die Koordinaten. Die Formate sind in der Dokumentation zu FEM301 beschrieben. Die Parametereingabe wurde um die für das Tracking notwendige Porosität erweitert.

Ein zusätzliches Inputfile enthält die Startpunkte und verschiedene Programmoptionen, ein weiteres die von FEM301 berechneten Potentiale.

Die Output-Files sind ständiger Aenderung unterworfen. Es werden 3 Output-Files generiert:

- ein File enthält die in (2.) beschriebene Connection-Matrix,
- ein zweites File liefert Informationen über den Berechnungsablauf,
- ein drittes enthält die Trajektorienkoordinaten, die zum Zeichnen der Trajektorien weiterverwendet werden.

##### 4.1 Input-Files

Vier Files werden von FEM301 übernommen.

- Elementdaten, unverändert
- Koordinaten, unverändert
- Potentiale, unverändert
- Parameter (Randbedingungen, Permeabilitäten, Porositäten)

Wie erwähnt, wird im Parameterfile zusätzlich die Porosität eingegeben.

Das neue Format ist:

```
.  
.   
.   
PERMEABILITIES AND POROSITIES  
  
NP   POR   K1   K2   K3   K4   K5   K6  
.   
.
```

mit  
NP: Klassennumerierung  
POR: Porosität  
K1..K6: Permeabilitätstensor

Eingabe bei 2- und 1-dimensionalen Elementen

Bei ein- und zweidimensionalen Elementen können Aquifermächtigkeit oder Querschnittsfläche nicht eingegeben werden. Damit die Fließgeschwindigkeit richtig berechnet wird, sind sie in der Porosität zu berücksichtigen.

Im zweidimensionalen Element mit der Mächtigkeit  $a$  [m] ist die fiktive Porosität  $\epsilon_2$

$$4-1 \quad \epsilon_2 = \frac{\epsilon}{a} \quad ,$$

im eindimensionalen Element mit der Querschnittsfläche  $F$  [m<sup>2</sup>]

$$4-2 \quad \epsilon_1 = \frac{\epsilon}{F} \quad .$$

- Startpunkte

Die für den Benutzer relevanten Optionen werden besprochen.

```
START
NOTRACK  MAXSTEP
NUMB     XIN   YIN   ZIN
.
.
.
```

wobei

```
NOTRACK:   Anzahl Startpunkte
MAXSTEP:   Begrenzung der Anzahl Integrationsschritte
NUMB:      Numerierung der Trajektorie
XIN,YIN,ZIN: Koordinaten der Startpunkte
```

Beispiel: Startpunkte

```
STEP
0 1

DISCRETE
0 01

OUTPUT DISTANCE
0 01

BOUND
0

KUTTA OFF
1

START
4 500
1 -10.05000000 -6.00000000
2 -10.06223587 -5.92274575
3 -10.09774575 -5.85305369
4 -10.15305369 -5.79774575
```

## 4.2 Output-Files

Es werden 3 Ausgabe-Files generiert. Die Bedeutung kann den Beispielen entnommen werden.

- Connection Matrix, dient als Zwischenspeicher für spätere Berechnung; ist für den Benutzer nicht von Bedeutung
- Elementinformationen, verschiedene nützliche Angaben über den Verlauf der Trajektorien innerhalb der Elemente
- Koordinaten, Trajektorienkoordinaten in einfacher Darstellung zur Verwendung durch Plotprogramme.

### Beispiel: Elementinformationen

```

.....
* PARTICLE TRACKING FOR FINITE ELEMENTS      *
* IN THREE DIMENSIONS                        *
* VERSION 2.1                                *
* ETH/VAR-MCI 09-SEP-1988                    *
* TIME: 09-SEP-88 14:05 USER: U8064         *
.....

Input files:  ETHZ_A_U8064 FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.TI_ELM
              ETHZ_A_U8064 FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.TI_XYZ
              ETHZ_A_U8064 FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.TI_PAR
              ETHZ_A_U8064 FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.TI_RES
              ETHZ_A_U8064 FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.TI_STA
              ETHZ_A_U8064 FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.TI_CON

Output files: ETHZ_A_U8064 FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.TI_INF
              ETHZ_A_U8064 FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.TI_PAT

$ READ INPUT FILES
$ TIME USED FOR THIS STEP: 16 28 SECONDS
$ TOTAL TIME USED: 16 28 SECONDS

RESULTS OF THE TRACKING
.....

NUMBER OF TRAJECTORIES..... 4
MAXIMUM NUMBER OF STEPS PER TRAJECTORY : 500

LOCAL STEP SIZE..... .1000
SUBDISCRETE REGION DISTANCE..... 0100 [m]
MINIMUM DISTANCE OF TRAJ. COORDINATES..... 0150 [m]
BOUNDARY THRESHOLD SELECTION..... 0
(0 = ENTER FLUX TAKING 3D-ELEMENTS,
 1 = FOLLOW HIGHEST BOUNDARY VELOCITY)
RUNGE KUTTA INTEGRATION..... 1
(0 = OFF,
 1 = ON)

TRACK NO. 1
ELEMENT K-CLASS NITTOT LENGTH [m] TIME [y] VELOCITY [m/y] CUM LEN [m] CUM TIME [y] MEAN VEL [m]
575 2 14 9.23130E-02 8.09066E-07 1.14098E+05 9.23130E-02 8.09066E-07 1.14098E+05 (** 2D TRACK **)
215 2 22 8.00534E-02 7.92051E-07 1.01071E+05 1.72366E-01 1.60112E-06 1.07654E+05 (** 2D TRACK **)
1:59 2 25 6.37407E-02 7.66178E-07 8.31930E+04 2.36107E-01 2.36730E-08 9.97371E+04 (** 2D TRACK **)
1170 2 48 2.22240E-01 2.89512E-06 7.67638E+04 4.58347E-01 5.26241E-06 8.70983E+04 (** 2D TRACK **)
1173 2 60 4.01986E-01 6.27992E-06 6.40113E+04 8.60333E-01 1.15423E-05 7.45372E+04 (** 2D TRACK **)
1172 2 75 6.81390E-01 1.19725E-05 5.89129E+04 1.54172E+00 2.35148E-05 6.55638E+04 (** 2D TRACK **)
1174 2 81 1.79213E-01 3.18016E-06 5.83536E+04 1.72094E+00 2.66950E-05 6.44666E+04 (** 2D TRACK **)
1144 2 102 7.32147E-01 1.29679E-05 5.64586E+04 2.45308E+00 3.96629E-05 6.18484E+04 (** 2D TRACK **)
1141 7 118 5.86795E-01 9.43172E-06 8.22150E+04 3.03988E+00 4.90946E-05 6.19188E+04 (** 2D TRACK **)
1139 7 127 2.53428E-01 3.88015E-06 6.53139E+04 3.29331E+00 5.29747E-05 6.21875E+04 (** 2D TRACK **)
206 7 139 4.10592E-01 5.78521E-06 7.09727E+04 3.70390E+00 5.87599E-05 6.30344E+04 (** 2D TRACK **)
205 7 154 3.51942E-01 4.49673E-06 7.82663E+04 4.05584E+00 8.32567E-05 6.41172E+04 (** 2D TRACK **)
1136 7 157 2.83969E-02 3.42627E-07 8.28800E+04 4.08424E+00 6.35993E-05 6.42183E+04 (** 2D TRACK **)
1138 7 159 1.81184E-02 1.77480E-07 1.02087E+05 4.10236E+00 6.37768E-05 6.43237E+04 (** 2D TRACK **)
94 7 162 9.23522E-03 1.21105E-07 7.62579E+04 4.11159E+00 6.38979E-05 6.43463E+04 (** 2D TRACK **)
914 7 179 1.28277E-01 1.38277E-06 9.27680E+04 4.23987E+00 6.52806E-05 6.49483E+04 (** 2D TRACK **)
815 7 191 9.42509E-02 9.22767E-07 1.02150E+05 4.33413E+00 6.62034E-05 6.54669E+04 (** 2D TRACK **)
95 7 196 4.97821E-02 2.53497E-07 1.96381E+05 4.38391E+00 6.64569E-05 6.59662E+04 (** 2D TRACK **)

TOTAL : 4 38391E+00 6 64569E-05 6 59662E+04

TRACK ENDS IN CORNER NODE OR LOCAL SINK

$ TRACK NO. 1 CALCULATED
$ TIME USED FOR THIS STEP: 97 SECONDS
$ TOTAL TIME USED: 17 25 SECONDS
    
```

Beispiel: Trajektorienkoordinaten

```

File name: .ETHZ_A.UB064.FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.T1_PAT
Date:      09-SEP-88 14:06
User:      UB064
Program:    TRACK - 2 0
Input files: .ETHZ_A.UB064.FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.T1_ELM
             .ETHZ_A.UB064.FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.T1_XYZ
             .ETHZ_A.UB064.FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.T1_PAR
             .ETHZ_A.UB064.FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.T1_RES
             .ETHZ_A.UB064.FORTRAN.FEM.TRACK.NAMES.NEW.T1_STA

PATH      1
1          -10 050          -6 000          0 000  0
50         -9 567           -6 105          0 000  0
51         -9 531           -6 115          0 000  0
52         -9 495           -6 126          0 000  0
53         -9 458           -6 137          0 000  0
54         -9 422           -6 148          0 000  0
55         -9 386           -6 160          0 000  0
56         -9 350           -6 171          0 000  0
57         -9 313           -6 182          0 000  0
58         -9 277           -6 194          0 000  0
59         -9 240           -6 205          0 000  0
60         -9 218           -6 212          0 000  0
62         -9 170           -6 230          0 000  0
63         -9 121           -6 248          0 000  0

```

4.3 Reduktion der Modelldimension

Es ist möglich, auch 2- oder 1-dimensionale Modelle zu rechnen. Das Programm entscheidet anhand der Input-Daten aus dem Element-File, von welcher Dimension das Modell ist.

Bei reduzierter Dimensionalität übernehmen die 2-dimensionalen Elemente die Rolle der 3-dimensionalen Elemente und bedürfen keiner Behandlung als Randelemente mehr. Es sind sowohl flache (i.e. nur x,y-Koordinaten) wie auch "krumme" (x,y,z-Koordinaten), im 3-dimensionalen eingebettete Modelle, zugelassen. Die Eingabe der Daten ändert sich dabei nicht.

## 5. VERIFIKATION DES PROGRAMMES

Das Programm wird an zwei analytischen Beispielen getestet. Gewählt wird ein heterogener 2-dimensionaler Fall, da Heterogenität in der Regel mehr Schwierigkeiten bereitet als 3-Dimensionalität und keine 3-dimensionalen heterogenen analytischen Beispiele zum Vergleich verfügbar sind.

Abschliessend werden Ergebnisse zu einem operationellen Modell dargestellt. Ein Vergleich der Resultate mit den Resultaten eines andern Computercodes soll das Auftreten und die unterschiedliche Behandlung von Oszillationen verdeutlichen.

### 5.1 Analytischer Vergleichsfall

Das folgende Beispiel wurde für HYDROCOIN als Programmverifikation von [REDACTED] vorgeschlagen. Es handelt sich um den Zylinder im unendlich ausgedehnten Grundwasserleiter mit konstanter Grundströmung. Es werden die beiden Fälle eines hoch- und eines schwach-durchlässigen Zylinders betrachtet. Anhand zweier verschiedenen diskretisierter Netze wird die analytische Lösung mit 4 numerischen Berechnungsmethoden verglichen:

- Fall 1: analytische Geschwindigkeiten
- Fall 2: numerische Geschwindigkeiten
- Fall 3: analytische Potentiale
- Fall 4: numerische Potentiale

Als Vergleichspunkte werden an 2 Positionen die aufsummierten Fliesszeiten und die Fehler in den Positionen untersucht.

#### 5.1.1 Problemstellung

Der Testfall basiert auf der analytischen Lösung für eine stationäre, inkompressible, zweidimensionale Strömung um ein kreisförmiges Gebiet mit unterschiedlicher Durchlässigkeit. Er beinhaltet sowohl Uebergänge zwischen Gebieten mit verschiedenen Aquifereigenschaften wie auch gekrümmte Trajektorien. Die geometrische Konfiguration ist den nachfolgenden Figuren zu entnehmen.

Die Materialeigenschaften seien isotrop.

5.1.2 Mathematisches Modell

Es gelten das Gesetz von Darcy

$$5-1 \quad q^k = -K^{kl} \frac{\partial h}{\partial x^l} \quad ,$$

die Kontinuitätsgleichung

$$5-2 \quad \frac{\partial}{\partial x^k} q^k = 0 \quad ,$$

wobei

$$K^{kl} = \delta^{kl} K_i \quad , \quad \text{für } r < a$$

$$K^{kl} = \delta^{kl} K_a \quad , \quad \text{für } r > a \quad ,$$

und die Trajektoriengleichung

$$5-3 \quad v^k = \frac{1}{\epsilon} q^k = \frac{dx^k}{dt} \quad .$$

Auf der Grenzschicht  $|\vec{x}| = a$  sei der Potentialübergang stetig.

5.1.3 Analytische Lösung

Für Potential ( $h$ ), Geschwindigkeit ( $v^k$ ) und Trajektorien ( $x, y$ ) ergeben sich die analytischen Ausdrücke:

$$5-4 \quad h = \begin{cases} -x + \frac{(K_i - K_a)}{(K_i + K_a)} \frac{a^2}{r^2} x & r > a \\ -x \frac{2K_a}{K_i + K_a} & r < a \end{cases}$$

$$5-5 \quad v^1 = \begin{cases} \frac{K_a}{\epsilon} \left( 1 - \frac{(K_i - K_a)}{(K_i + K_a)} a^2 \frac{y^2 - x^2}{r^4} \right) & r > a \\ \frac{K_i}{\epsilon} \frac{2K_a}{(K_i + K_a)} & r < a \end{cases}$$

$$v^2 = \begin{cases} \frac{K_a}{\epsilon} 2 \frac{(K_i - K_a)}{(K_i + K_a)} a^2 \frac{xy}{r^4} & r > a \\ 0 & r < a \end{cases}$$

$$5-6 \quad y + \frac{a^2}{r^2} y \frac{(K_i - K_a)}{(K_i + K_a)} = y_0 = \text{konstant} \quad r > a$$

$$y = y_0 \frac{(K_i - K_a)}{2 K_i} \quad r < a$$

Die Berechnung der Aufenthaltszeiten erfolgt numerisch aus (5-5) und (5-6).

$$5-7 \quad t - t_0 = \int_{x_0}^x \frac{dx'}{v^1}$$

#### 5.1.4 Inout-Parameter

##### a) Durchlässiger Zylinder

Neben der geometrischen Konfiguration sind noch folgende Materialeigenschaften anzugeben:

$$K_i = 10^{-7} \text{ m/s}$$

$$K_a = 10^{-9} \text{ m/s}$$

$$\epsilon = 0.1$$

Als Startpunkte werden gewählt:

No	x-Position [m]	y-Position [m]
1	-50.	10.
2	-50.	12.
3	-50.	14.
4	-50.	16.
5	-50.	18.
6	-50.	20.

##### b) Undurchlässiger Zylinder

Die Materialeigenschaften und Startpunkte sind wie folgt gewählt:

$$K_i = 10^{-11} \text{ m/s}$$

$$K_a = 10^{-9} \text{ m/s}$$



No	x-Position [m]	y-Position [m]
1	-50.	0.1
2	-50.	0.12
3	-50.	0.14
4	-50.	0.16
5	-50.	0.18
6	-50.	0.20
7	-50.	0.22
8	-50.	0.24
9	-50.	0.5
10	-50.	1.0

### 5.1.5 Output

Wie einleitend erwähnt, werden die analytischen Ergebnisse mit 4 numerischen Lösungen verglichen. In den vier Fällen werden an 2 Positionen die Fehler der numerischen Lösung untersucht. Es werden an den Positionen  $x = 0$  m und  $x = 50$  m je die kumulierten Zeiten und die y-Positionen berechnet. Die Ergebnisse werden tabellarisch zusammengefasst. Die Tabelle beinhaltet für jede Trajektorie:

- Tra.No : Trajektoriennummer
- X Start
- Y Start : Startposition
- Y (x = 0): Y-Position bei x = 0 m
- Err (Y0) : Fehler Y (x = 0) -  $Y_{\text{analytisch}}$
- X Final
- Y Final : Endposition
- T (x = 0): kumulative Zeit bei x = 0 m
- Err (T0) : Fehler T(x = 0) -  $T_{\text{analytisch}}$
- T Final : kumulative Zeit bei x = 50 m
- Err (TF) : Fehler T Final -  $T_{\text{analytisch}}$

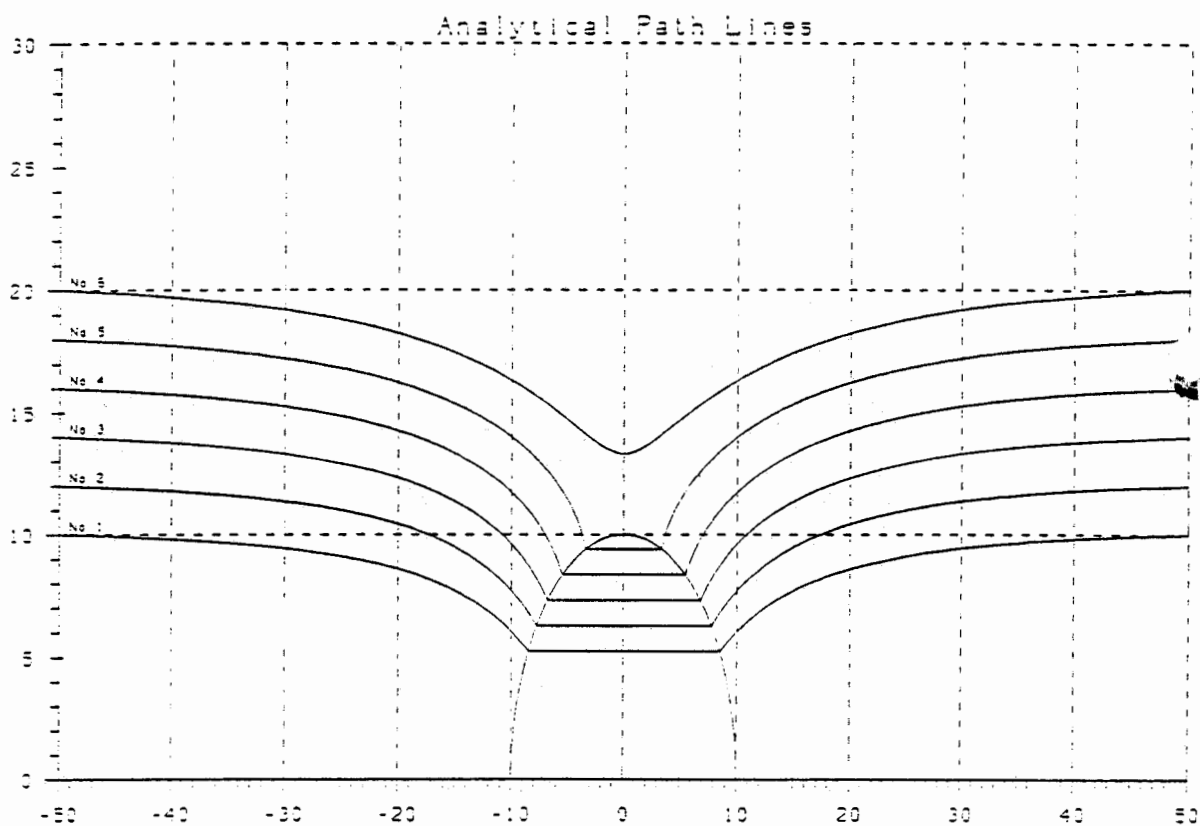
### FE-Diskretisierung

Das Problem wird anhand von zwei verschiedenen diskretisierten Netzen gerechnet. Die Elementunterteilung ist gestrichelt gezeichnet.

- Das erste Netz besteht aus 30 Elementen. Der Halbzylinder ist in 4 Elemente unterteilt.
- Das zweite Netz wurde feiner gewählt. Es besteht aus 226 Elementen und der Halbzylinder enthält 36 Elemente. Aus ersichtlichen Gründen (siehe unten) wurde die Uebergangszone sehr fein diskretisiert.

5.1.6 Durchlässiger Zylinder

i) Analytische Resultate



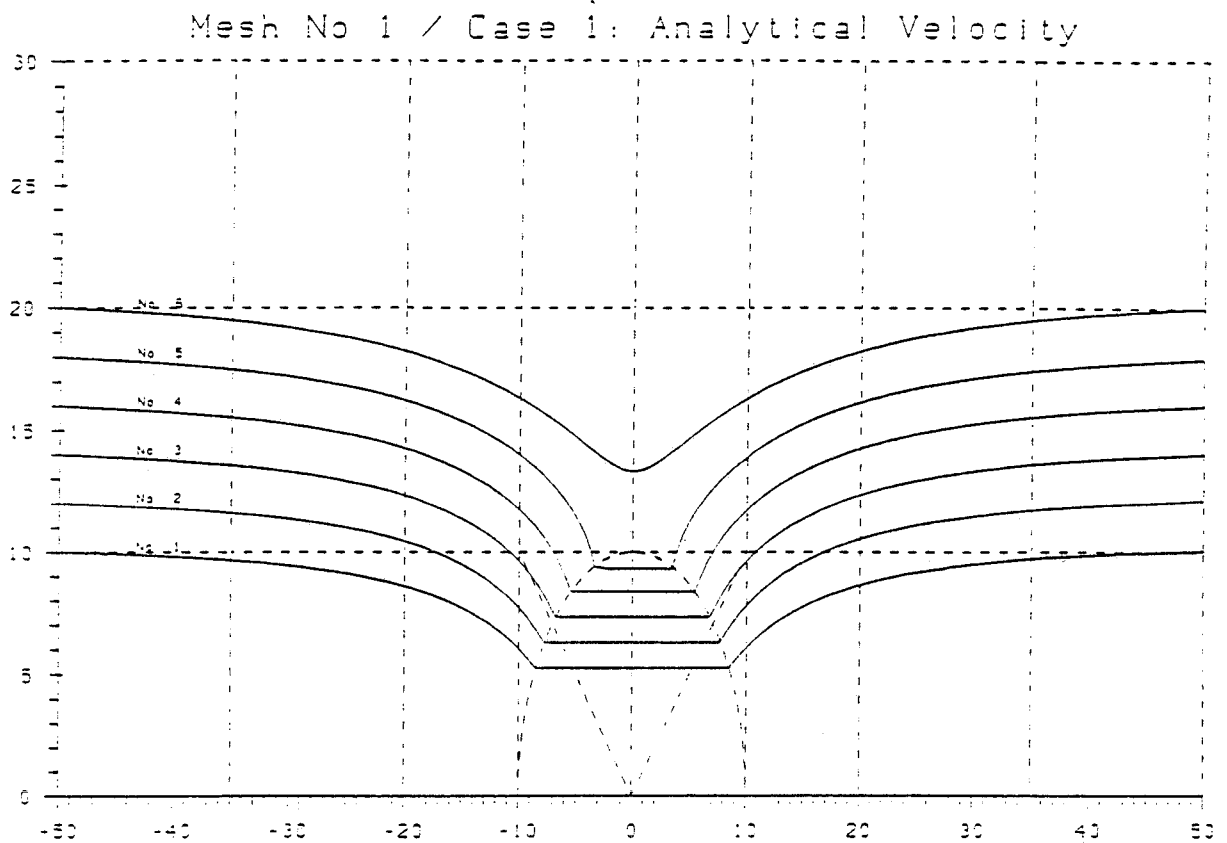
ANALYTICAL RESULTS  
\*\*\*\*\*

Units : Length [m] Time 1E09 [s]

Tra No	Y (X=0.)	Y (X=50.)	Time (X=0.)	Time (X=50.)
1	5.24038462	10.00000000	4.16621590	8.33243180
2	6.28465961	12.00000000	4.28973663	8.57947327
3	7.32704748	14.00000000	4.45747188	8.91494377
4	8.36737300	16.00000000	4.69921783	9.39843567
5	9.40550992	18.00000000	5.12931807	10.25863615
6	13.31363839	20.00000000	5.53240565	11.06481130

Fig. 3: analytische Trajektorien

ii) Grobes Netz

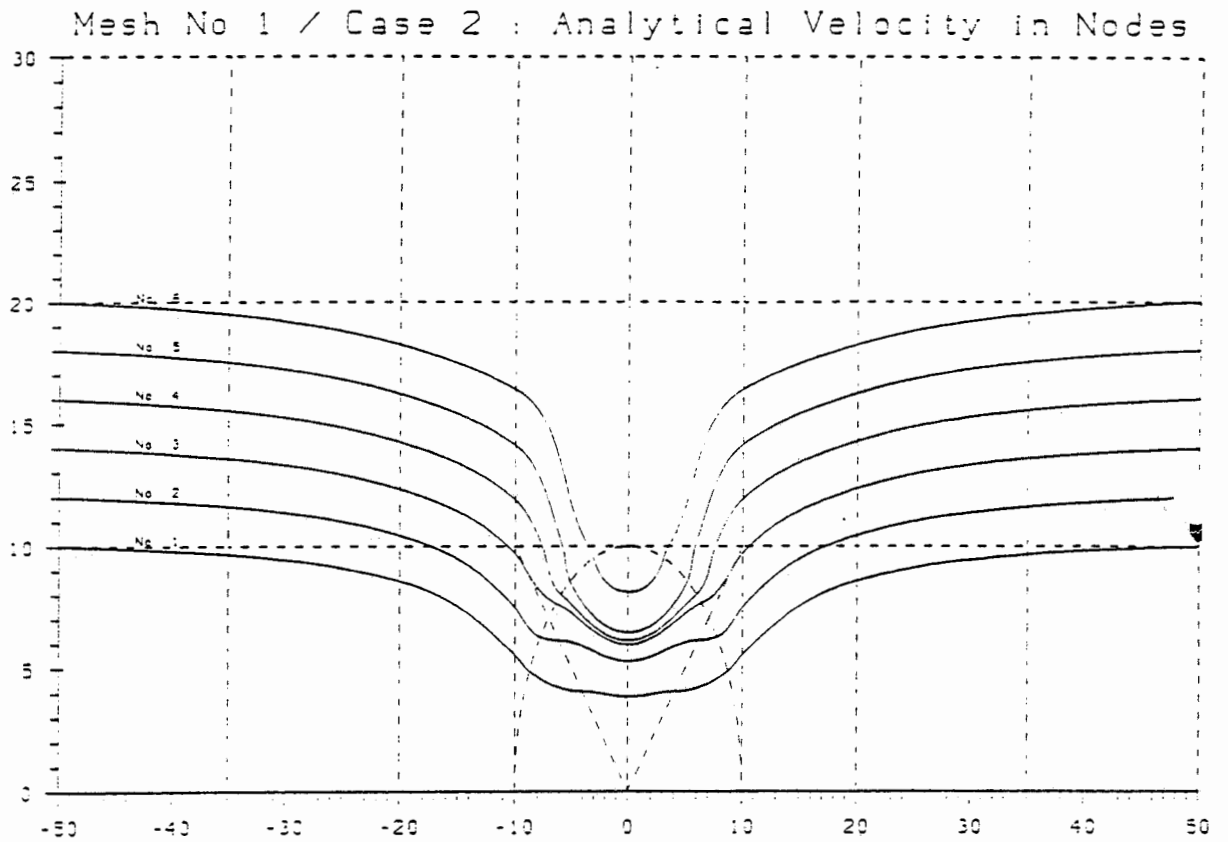


PARTICLE TRACKING SUMMARY (Mesh 1/Case 1 .Analytical Velocity)

Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Trc.No	1	2	3	4	5	6
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	1.000000	1.200000	1.400000	1.600000	1.800000	2.000000
IY (X=0)	.526119	.629055	.734128	.837896	.932916	1.331650
IErr (Y0)	.002081	.000589	.001423	.001159	-.007635	.000286
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	1.008064	1.211496	1.402299	1.600329	1.792524	2.000040
IErr (YF)	.006064	.011496	.002299	.000329	-.007476	.000040
IT (X=0)	.416655	.429004	.445617	.469705	.513859	.553255
IErr (T0)	.000033	.000030	-.000130	-.000217	.000928	.000014
IT Final	.833528	.858765	.891508	.939568	1.024444	1.108476
IErr (TF)	.000283	.000817	.000013	-.000275	-.001420	-.000003

Fig. 4a: analytisches Geschwindigkeitsfeld

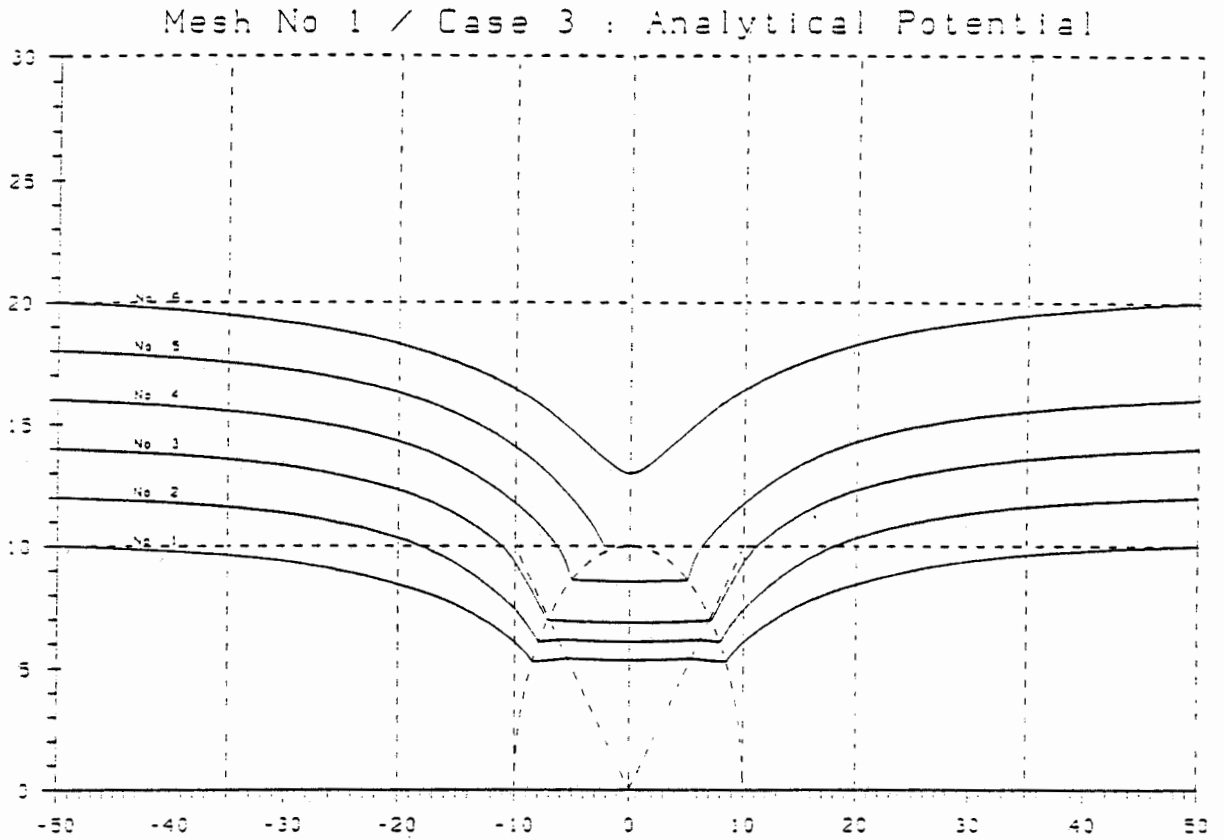


PARTICLE TRACKING SUMMARY (Mesh 1/Case 2 Analytical Velocity in Nodes)

Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Tr.No	1	2	3	4	5	6
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	1.000000	1.200000	1.400000	1.600000	1.800000	2.000000
IY (X=0)	.384442	.529888	.598353	.614970	.646933	.812274
IErr (Y0)	-.139596	-.098580	-.134352	-.221768	-.293618	-.519090
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	1.000626	1.200769	1.402681	1.603481	1.802129	2.000601
IErr (YF)	.000626	.000769	.002681	.003481	.002129	.000601
IT (X=0)	.419475	.437180	.468803	.502386	.544871	.586962
IErr (T0)	.002853	.008206	.021056	.032464	.031940	.033721
IT Final	.838662	.874301	.933978	1.005403	1.090513	1.174010
IErr (TF)	.005619	.016354	.042483	.065559	.064550	.067528

Fig. 4b: diskretisiertes Geschwindigkeitsfeld

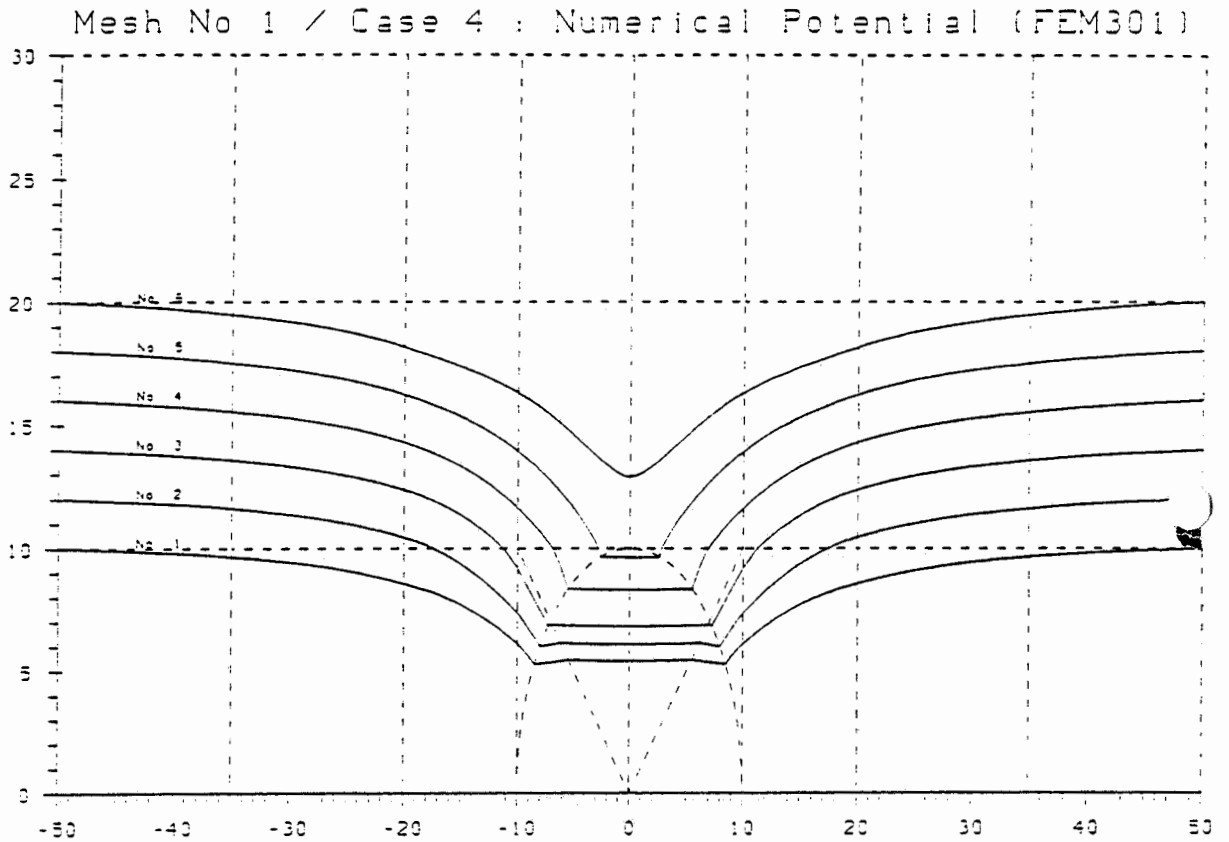


PARTICLE TRACKING SUMMARY (Mesh 1/Case 3 :Analytical Potential)  
 .....

Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Trc.No	1	2	3	4	5	6
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	1.000000	1.200000	1.400000	1.600000	1.800000	2.000000
IY (X=0)	.534471	.609166	.687880	.856753	1.800000	1.299383
IErr (Y0)	.010432	-.019300	-.045025	.020016	.000000	-.031981
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	-226565	5.000000
IY Final	1.000392	1.200663	1.400265	1.599853	1.000000	1.999813
IErr (YF)	.000392	.000663	.000265	-.000147	.059449	-.000187
IT (X=0)	.414907	.427096	.445196	.473421	0.000000	.577687
IErr (T0)	-.001715	-.001878	-.000551	.003499	0.000000	.024447
IT Final	.829813	.854202	.890396	.946879	.525551	1.157328
IErr (TF)	-.003431	-.003745	-.001098	.007035	.025061	.050846

Fig. 4c: diskretisiertes, analytisches Potentialfeld



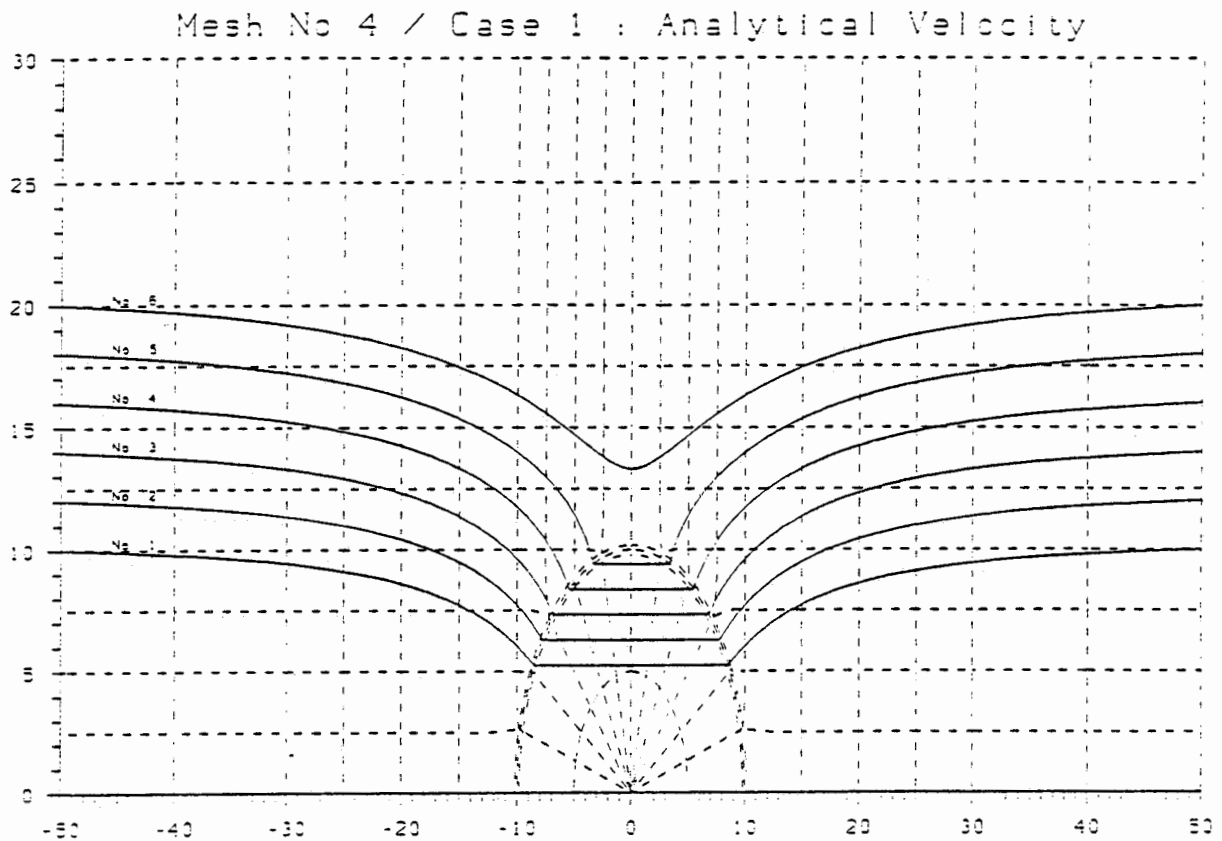
PARTICLE TRACKING SUMMARY (Mesh 1/Case 4 : Numerical Potential)  
 .....

Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Trc.No	1	2	3	4	5	6
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	1.000000	1.200000	1.400000	1.600000	1.800000	2.000000
IY (X=0)	.542761	.609962	.662094	.831086	.963519	1.289442
IErr (Y0)	.018722	-.018504	-.050611	-.005651	.022968	-.041922
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	1.000248	1.200606	1.400080	1.599836	1.799994	1.999791
IErr (YF)	.000248	.000606	.000080	-.000164	-.000061	-.000021
IT (X=0)	.415198	.427411	.445250	.470131	.526604	.569911
IErr (T0)	-.001424	-.001563	-.000497	.000209	.013672	.016671
IT Final	.830376	.854846	.890477	.940296	1.053328	1.140730
IErr (TF)	-.002667	-.003101	-.001018	.000452	.027465	.034249

Fig. 4d: numerisch berechnete Potentiale

iii) Feines Netz

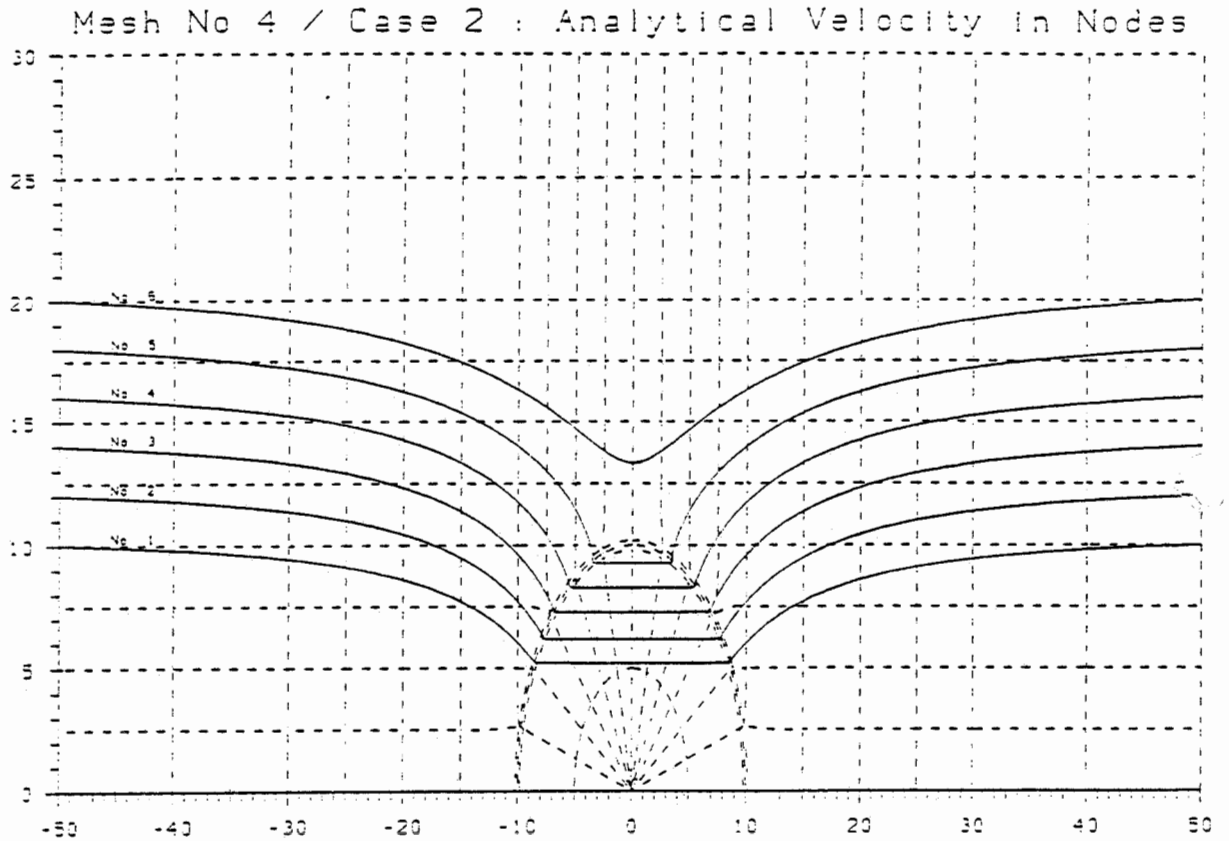


PARTICLE TRACKING SUMMARY (Mesh 4/Case 1 :Analytical Velocity)  
 .....

Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Tra.No	1	2	3	4	5	6
IX Start	1-5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001
IY Start	1.0000001	1.2000001	1.4000001	1.6000001	1.8000001	2.0000001
IY (X=0)	.5241471	.6283921	.7325621	.8365861	.9403901	1.3313151
IErr (Y0)	.0001081	-.0000741	-.0001431	-.0001511	-.0001811	-.0000481
IX Final	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001
IY Final	1.0000921	1.2001381	1.3998101	1.5998271	1.8003071	1.9999531
IErr (YF)	.0000921	.0001381	-.0001901	-.0001731	.0003071	-.0000471
IT (X=0)	.4166361	.4289941	.4457541	.4699341	.5129261	.5532461
IErr (T0)	.0000141	.0000201	.0000071	.0000121	-.0000081	.0000061
IT Final	.8332341	.8579691	.8914651	.9398301	1.0260151	1.1064941
IErr (TF)	-.0000091	.0000211	-.0000301	-.0000141	.0001511	.0000131

Fig. 5a: analytisches Geschwindigkeitsfeld



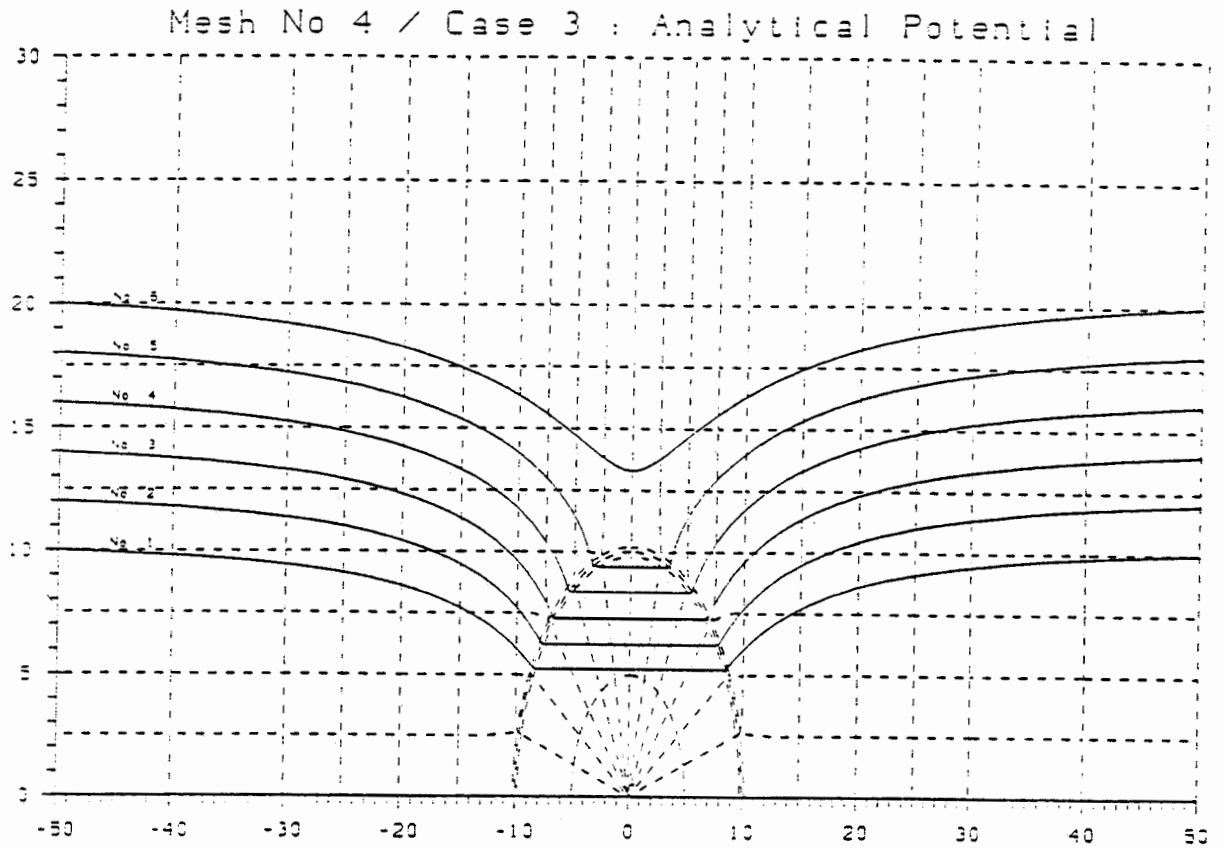
PARTICLE TRACKING SUMMARY (Mesh 4/Case 2 :Analytical Velocity in Nodes)  
 \*\*\*\*\*

Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Trg.No	1	2	3	4	5	6
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	1.000000	1.200000	1.400000	1.600000	1.800000	2.000000
IY (X=0)	.521047	.619139	.728338	.827972	.926962	1.331130
IErr (Y0)	-.002991	-.009327	-.004367	-.008766	-.013589	-.000234
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	1.000100	1.200055	1.399947	1.599950	1.799936	1.999954
IErr (YF)	.000100	.000055	-.000053	-.000050	-.000064	-.000046
IT (X=0)	.416788	.429367	.448199	.470577	.514549	.553313
IErr (T0)	.000146	.000393	.000452	.000655	.001817	.000073
IT Final	.833501	.858703	.892378	.941143	1.029094	1.108828
IErr (TF)	.000258	.000756	.000883	.001299	.003231	.000147

Fig. 5b: diskretisiertes Geschwindigkeitsfeld



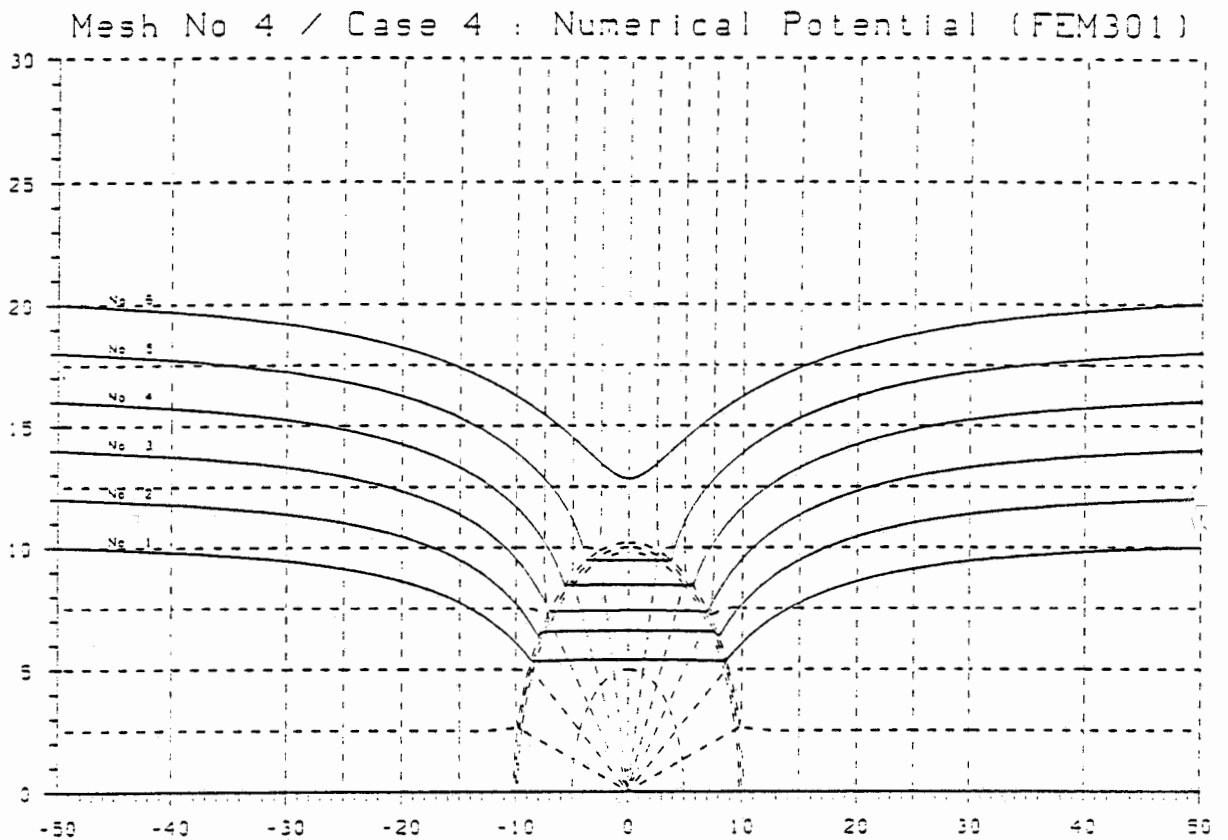


PARTICLE TRACKING SUMMARY (Mesh 4/Case 3 :Analytical Potential)  
 .....

Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Trc.No	1	2	3	4	5	6
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	1.000000	1.200000	1.400000	1.600000	1.800000	2.000000
IY (X=0)	.524985	.623295	.729520	.836426	.938688	1.330804
IErr (Y0)	.000947	-.005171	-.003185	-.000311	-.001863	-.000559
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	1.000093	1.200143	1.399892	1.599891	1.799949	1.999955
IErr (YF)	.000093	.000143	-.000108	-.000109	-.000051	-.000045
IT (X=0)	.415331	.427563	.444205	.468106	.509878	.553328
IErr (T0)	-.001291	-.001411	-.001542	-.001815	-.003054	.000087
IT Final	.830628	.855108	.888380	.936192	1.019778	1.106668
IErr (TF)	-.002615	-.002839	-.003114	-.003652	-.006086	.000187

Fig. 5c: diskretisiertes, analytisches Potentialfeld



PARTICLE TRACKING SUMMARY (Mesh 4/Case 4 : Numerical Potential)  
 .....

Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Trc.No	1	2	3	4	5	6
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	1.000000	1.200000	1.400000	1.600000	1.800000	2.000000
IY (X=0)	.538684	.658998	.741574	.847946	.947581	1.283263
IErr (Y0)	.014646	.030532	.008869	.011209	.007030	-.048101
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	1.000064	1.200183	1.399857	1.600016	1.799908	1.999926
IErr (YF)	.000064	.000183	-.000143	.000016	-.000092	-.000074
IT (X=0)	.412866	.428291	.441680	.465319	.504239	.562002
IErr (T0)	-.003756	-.002683	-.004067	-.004603	-.008693	.008761
IT Final	.825704	.852589	.883324	.930633	1.008471	1.124040
IErr (TF)	-.007539	-.005358	-.008170	-.009210	-.017393	.017559

Fig. 5d: numerisch berechnete Potentiale

### 5.1.7 Diskussion der Resultate (durchlässiger Zylinder)

#### i) Fall 1: Analytisches Geschwindigkeitsfeld

Bei Vorgabe der analytischen Geschwindigkeit in jedem Punkt wird der Integrationsalgorithmus getestet. Dies beinhaltet Koordinatentransformation, lokaler Integrationsschritt und Rücktransformation sowie Bestimmen des Elementrandpunktes bei Erreichen der Elementgrenze.

Beide Netze ergeben fast exakte Ergebnisse. Der Fehler liegt in der Größenordnung  $10^{-4}$ . Die Unterschiede, die sich zwischen den beiden Netzen ergeben, sind auf die adaptive Schrittweite zurückzuführen. Im feinen Netz wird mit kleineren Schritten integriert.

#### ii) Fall 2: Diskretisiertes, analytisches Geschwindigkeitsfeld

Die Geschwindigkeit wird in jedem Punkt aus den Knotenwerten interpoliert.

Die Unterschiede zwischen den beiden Netzen sind frappant. Das grobe Netz liefert für die Uebergangszone völlig falsche Ergebnisse. Der Grund dafür ist, dass einerseits das Geschwindigkeitsfeld in diesem Bereich unstetig ist und andererseits die Interpolationsfunktionen in diesem Bereich den Geschwindigkeitsverlauf schlecht darstellen. Durch feines Diskretisieren dieser Zone im zweiten Netz werden diese Fehler stark reduziert.

#### iii) Fall 3: Analytisches Potentialfeld

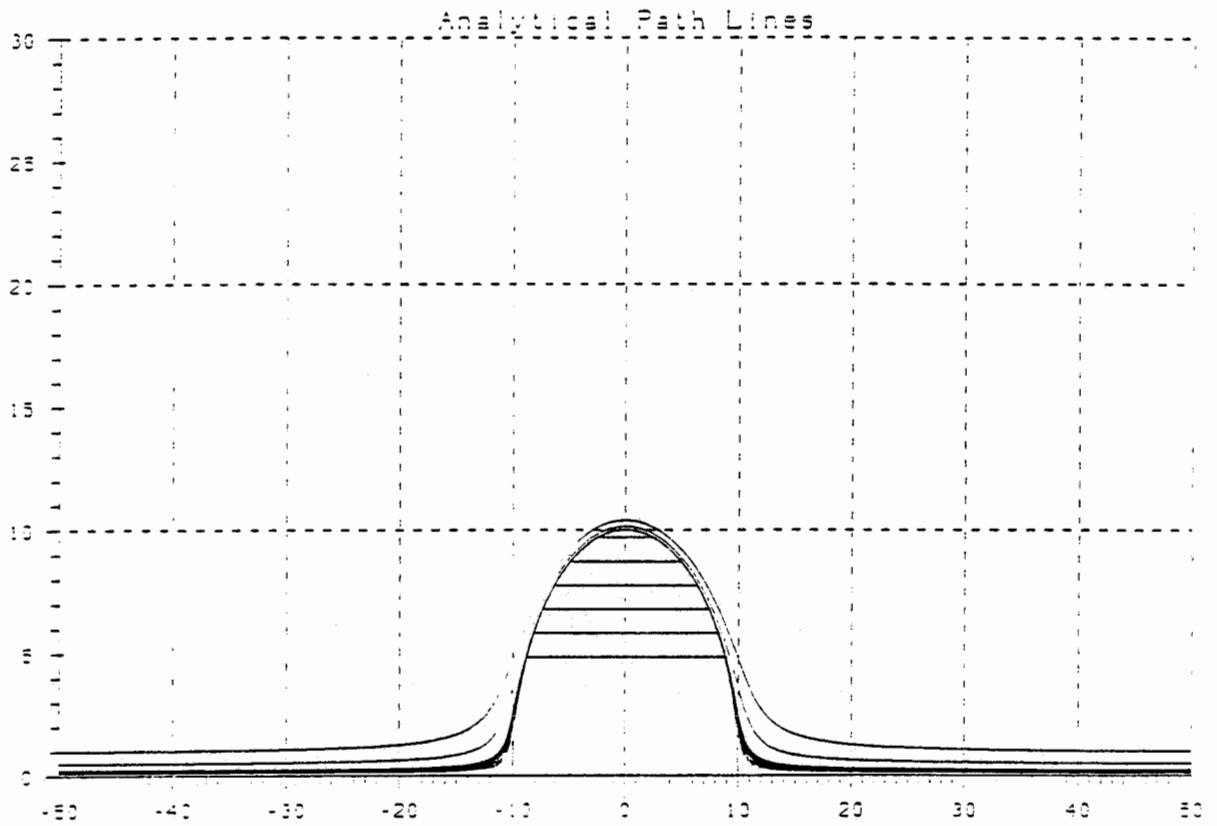
Die Potentiale werden an den Knoten analytisch vorgegeben. Beide Netze ergeben recht gute Ergebnisse. Im groben Netz scheinen einige Elemente noch zu stark gekrümmt zu sein. Bei einer Trajektorie bricht der Inversionsalgorithmus mit schlecht konditionierter Funktionalmatrix ab.

#### iv) Fall 4: Numerisch berechnetes Potential

Die Potentiale werden an den Knoten mit FEM301 berechnet. Beide Netze ergeben recht gute Resultate. Alle Trajektorien werden zu Ende gerechnet. Wegen der Steilheit des Potentials bereitet auch die Uebergangszone keine Schwierigkeiten.

5.1.8 Undurchlässiger Zylinder

i) Analytische Resultate

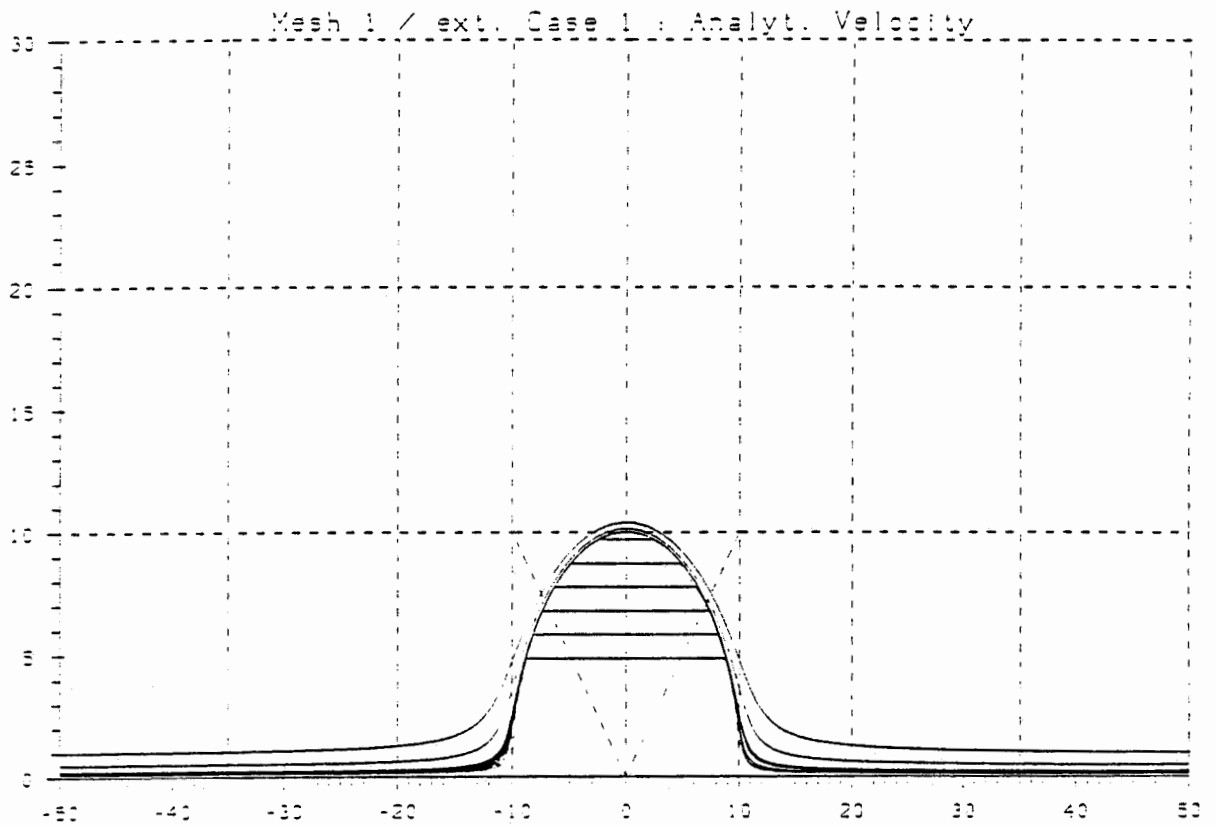


Units : Length [m] Time 1E09 [s]

Trae No.	Y (X=0.)	Y (X=50.)	Time (X=0.)	Time (X=50.)
1	4.8520008	1000000	50.6148804	101.2297607
2	5.8224014	1200000	47.5319861	95.0639722
3	6.7928022	1400000	43.5584281	87.1168562
4	7.7632032	1600000	38.3611760	76.7223520
5	8.7336046	1800000	31.1733240	62.3466480
6	9.7040063	2000000	18.8636821	37.7273643
7	10.0067463	2200000	6.7451184	13.4902368
8	10.0164615	2400000	6.7020869	13.4041738
9	10.1436074	5000000	6.3395332	12.6790664
10	10.3925474	1.0000000	5.9989825	11.9979649

Fig. 6: analytische Trajektorien

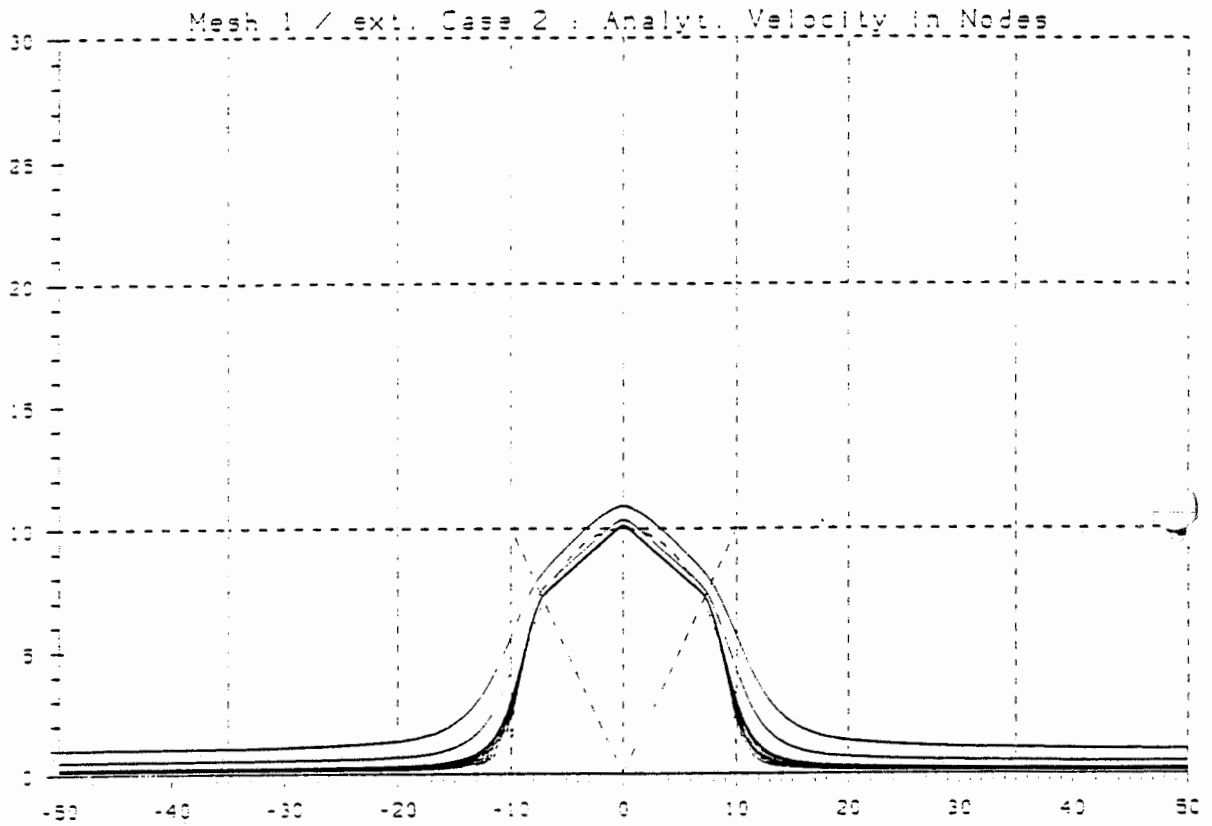
ii) Grobes Netz



Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+11 [s]

Trd.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	.010000	.012000	.014000	.016000	.018000	.020000	.022000	.024000	.050000	.100000
IY (x=0)	.484911	.582748	.678604	.775906	.873384	.970474	1.000665	1.001638	1.014352	1.039246
IErr (Y0)	-.000289	.000508	-.000677	-.000414	.000023	.000073	-.000009	-.000008	-.000008	-.000009
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	.009349	.011129	.013289	.013411	.014413	.019730	.021960	.023966	.049965	.099966
IErr (YF)	-.000651	-.000871	-.000711	-.002589	-.003587	-.000270	-.000040	-.000034	-.000035	-.000034
IT (x=0)	.506224	.475146	.435913	.383877	.311721	.188509	.067453	.067024	.063397	.059991
IErr (T0)	.000076	-.000174	.000329	.000266	-.000012	-.000128	.000002	.000003	.000001	.000001
IT Final	1.035073	.988898	.906449	.859615	.770697	.426732	.134914	.134053	.126796	.119982
IErr (TF)	.022776	.038258	.035280	.092391	.147230	.049465	.000012	.000011	.000005	.000003

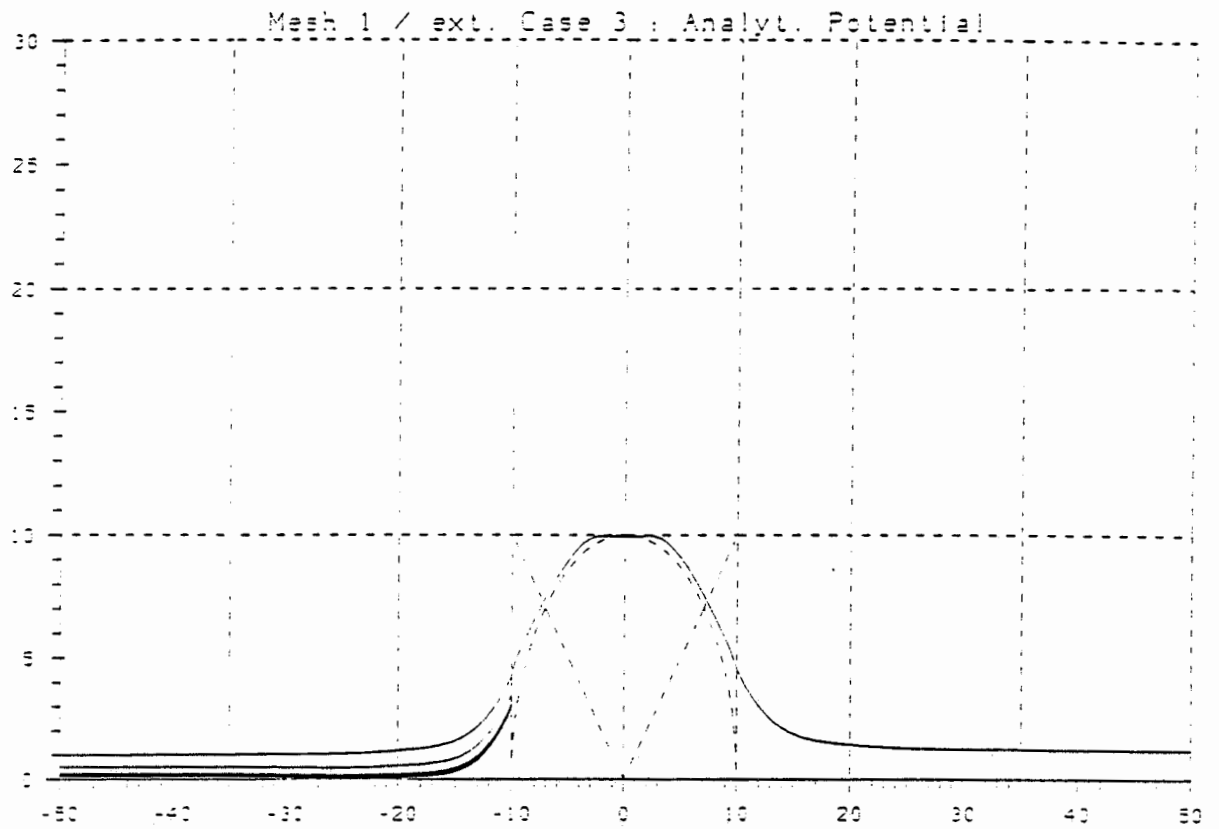
Fig. 7a: analytisches Geschwindigkeitsfeld



Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Tra.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IX Start	1-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001
IY Start	1 .0100001	.0120001	.0140001	.0160001	.0180001	.0200001	.0220001	.0240001	.0500001	.1000001
IY (X=0)	1 1.0089541	1.0103271	1.0109781	1.0114461	1.0121581	1.0130961	1.0139381	1.0149221	1.0358601	1.0925271
IErr (Y0)	1 .5237541	.4280871	.3316981	.2351261	.1387971	.0426951	.0132631	.0132761	.0214991	.0532721
IX Final	1 5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001
IY Final	1 .0095361	.0115701	.0135761	.0150241	.0170631	.0195401	.0215701	.0234301	.0498741	.0999771
IErr (YF)	1 -.0004641	-.0004301	-.0004241	-.0009761	-.0009371	-.0004601	-.0004301	-.0005701	-.0001261	-.0000231
IT (X=0)	1 .7741741	.7614451	.7538531	.7457881	.7380001	.7304791	.7249181	.7181631	.6557801	.5979901
IErr (T0)	1 -4.2873141	-3.9917531	-3.6019901	-3.0903301	-2.3793331	-1.1558891	.0504061	.0479541	.0218271	-.0019091
IT Final	1 1.5524161	1.5260661	1.5097141	1.4957721	1.4798061	1.4633511	1.4514551	1.4384591	1.3118671	1.1959881
IErr (TF)	1 -6.5705601	-7.9803311	-7.2019721	-6.1764641	-4.7548591	-2.3093851	.1024311	.0980411	.0439601	-.0038091

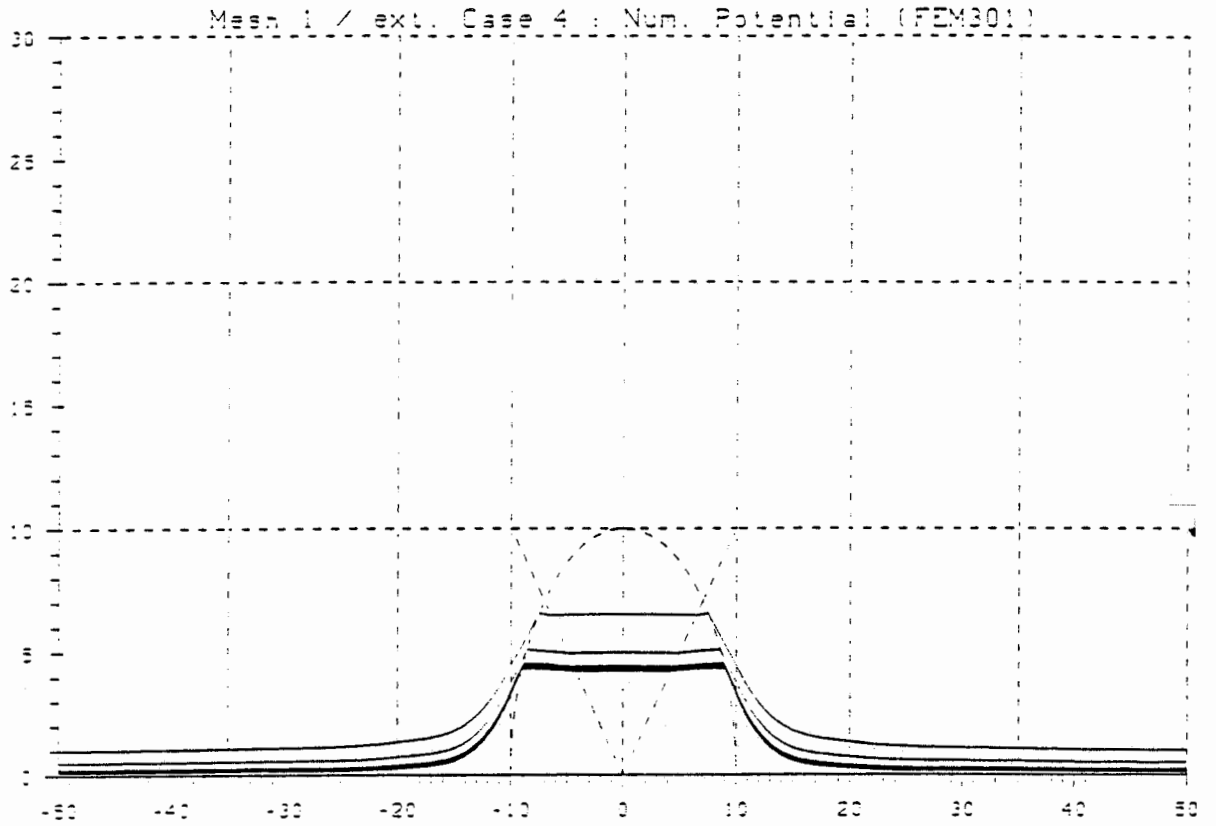
Fig. 7b: numerisches Geschwindigkeitsfeld



Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Trq.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	.010000	.012000	.014000	.016000	.018000	.020000	.022000	.024000	.050000	.100000
IY (X=0)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	.992541
IErr (Y0)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-.046714
IX Final	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	-1.000000	5.000000
IY Final	.291228	.294258	.297287	.300314	.303340	.306365	.309388	.312410	.351567	.119244
IErr (YF)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	.019244
IT (X=0)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.184091
IErr (T0)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	.584193
IT Final	.532201	.531653	.531109	.530569	.530032	.529500	.528971	.528446	.521938	2.360129
IErr (TF)	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.169332

Fig. 7c: analytisches Potential



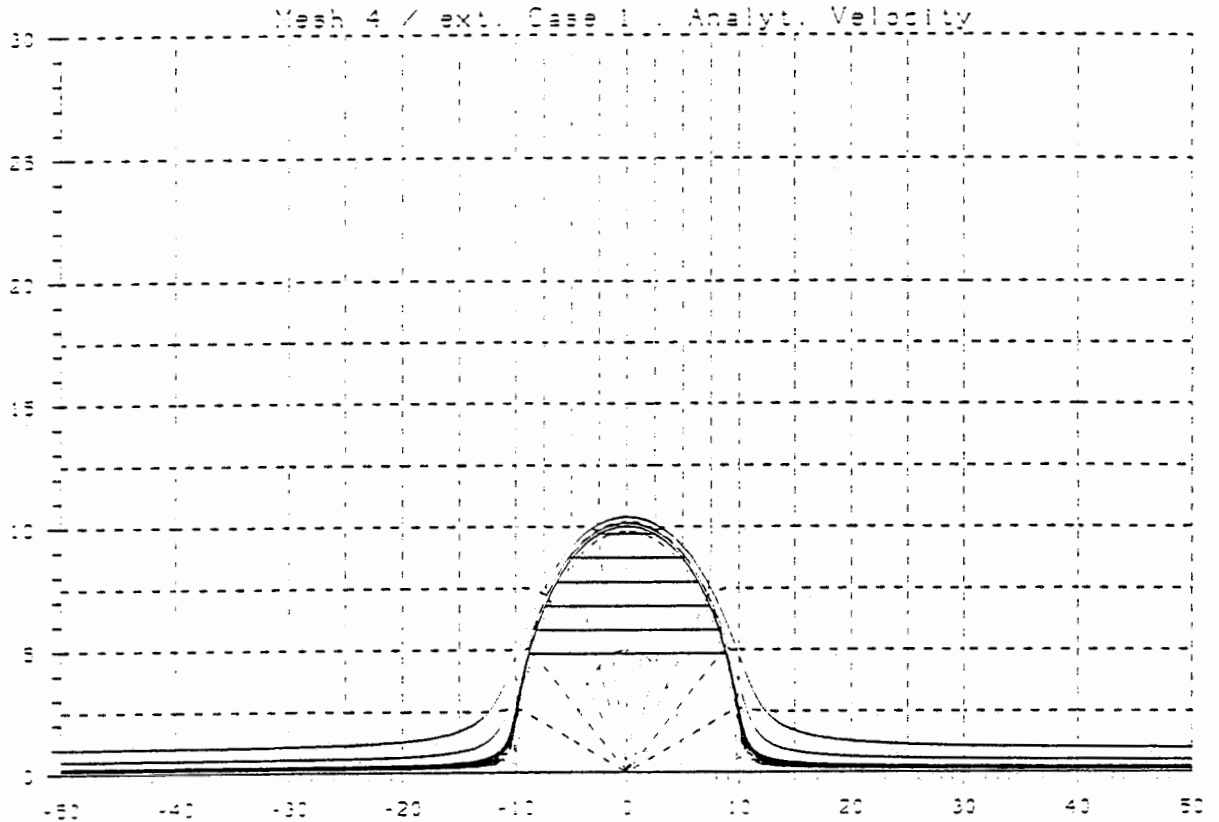
Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+11 [s]

Trg.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	.010000	.012000	.014000	.016000	.018000	.020000	.022000	.024000	.050000	.100000
IY (x=0)	.421077	.424387	.427757	.431181	.434666	.438207	.441806	.445469	.498724	.653892
IErr (Y0)	-.064123	-.157853	-.251524	-.345140	-.438695	-.532193	-.558869	-.556177	-.515637	-.385363
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	.010013	.012011	.014016	.016013	.018013	.020013	.022011	.024013	.050008	.100013
IErr (YF)	.000013	.000011	.000016	.000013	.000013	.000013	.000011	.000013	.000008	.000013
IT (x=0)	.519000	.518083	.517151	.516192	.515206	.514201	.513165	.512107	.495641	.436277
IErr (T0)	.012852	.042764	.081567	.132580	.203473	.325564	.445714	.445087	.432246	.376287
IT Final	1.037997	1.036166	1.034299	1.032379	1.030411	1.028397	1.026330	1.024210	.991279	.872550
IErr (TF)	.025700	.085527	.163130	.265155	.406945	.651123	.891428	.890168	.864469	.752570

Fig. 7d: numerisches Potential



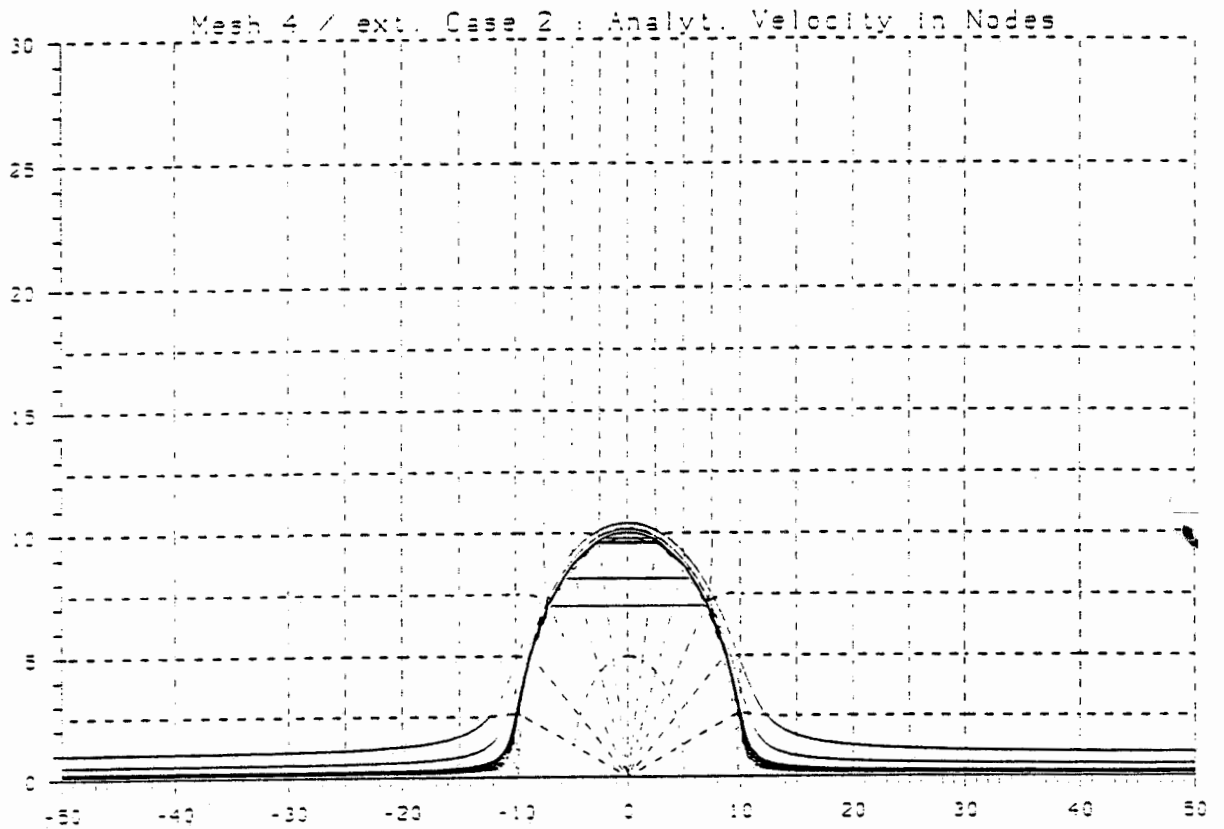
iii) Feines Netz



Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+11 [s]

Trn.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IX Start	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001
IY Start	.0100001	.0120001	.0140001	.0160001	.0180001	.0200001	.0220001	.0240001	.0500001	.1000001
IY (x=0)	.4847251	.5818001	.6796451	.7767921	.8735731	.9704261	1.0006751	1.0016461	1.0143611	1.0392571
IErr (Y0)	-.0004751	-.0004401	.0003651	.0004721	.0002121	.0000261	.0000001	.0000001	.0000011	.0000021
IX Final	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001
IY Final	.0099941	.0119761	.0139711	.0159781	.0180051	.0199581	.0220011	.0240011	.0500021	1.000061
IErr (YF)	-.0000061	-.0000241	-.0000291	-.0000221	.0000051	-.0000421	.0000011	.0000011	.0000021	.0000061
IT (x=0)	.5062721	.4754831	.4354161	.3833201	.3115431	.1885881	.0674511	.0670211	.0633951	.0599901
IErr (T0)	.0001241	.0001631	-.0001681	-.0002911	-.0001911	-.0000491	.0000001	.0000001	.0000001	.0000001
IT Final	1.0125741	.9509571	.8710141	.7671231	.6241891	.3796571	.1349021	.1340421	.1267911	.1199791
IErr (TF)	.0002761	.0003181	-.0001541	-.0001011	.0007221	.0023841	-.0000001	.0000001	.0000001	-.0000001

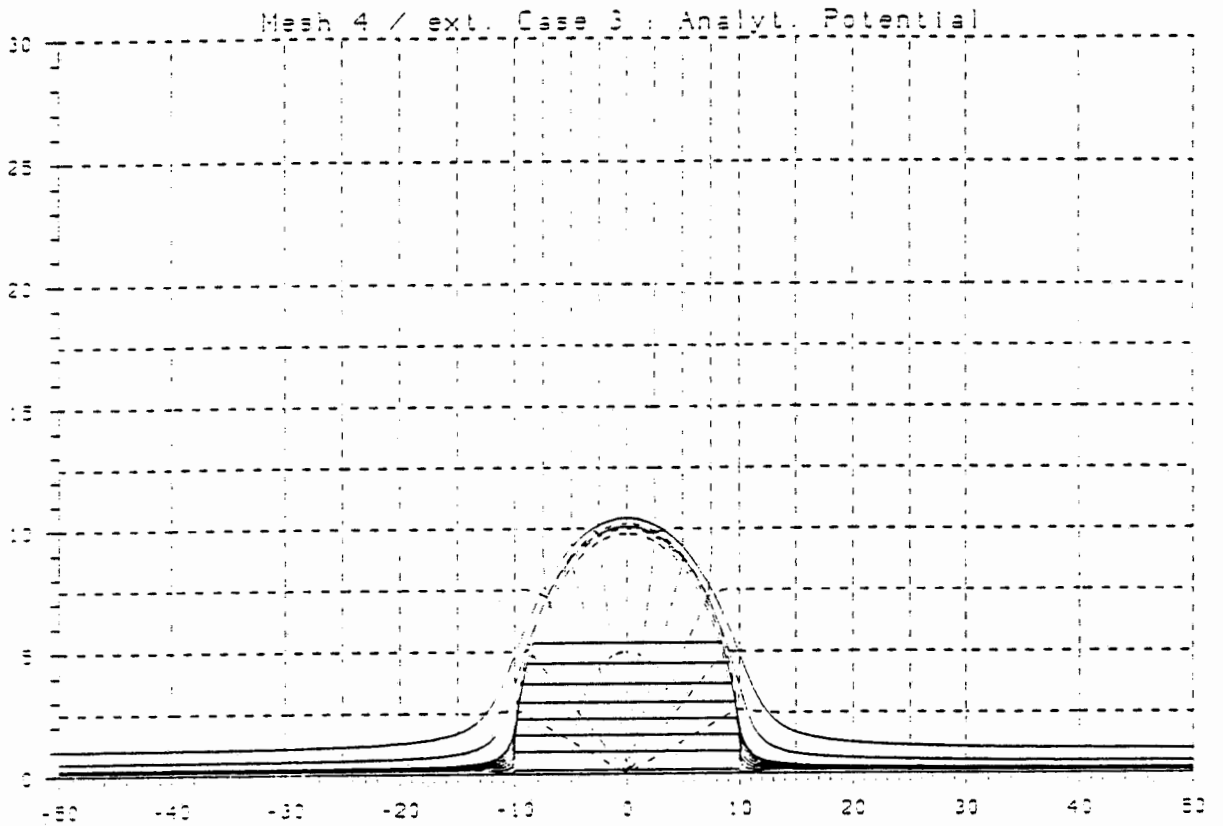
Fig. 8a: analytisches Geschwindigkeitsfeld



Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+10 [s]

Tra.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	.010000	.012000	.014000	.016000	.018000	.020000	.022000	.024000	.050000	.100000
IY (x=0)	.703077	.815378	.958284	.964409	.978958	1.000591	1.002261	1.003401	1.016220	1.040451
IErr (Y0)	.217877	.233138	.279004	.188088	.105597	.030190	.001586	.001755	.001859	.001197
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	.009995	.011998	.013992	.015961	.017980	.019985	.021994	.023992	.050001	.100003
IErr (YF)	-.000005	-.000002	-.000008	-.000039	-.000020	-.000015	-.000006	-.000008	.000001	.000003
IT (x=0)	4.233019	3.523377	2.066820	2.016887	1.735919	.739594	.690839	.675073	.631083	.600103
IErr (T0)	-.828469	-1.229822	-2.289023	-1.819231	-1.381413	-1.146774	.016327	.004864	-.002870	.000205
IT Final	8.466026	7.046656	4.133141	4.032765	3.472413	1.479231	1.381692	1.350164	1.262163	1.200204
IErr (TF)	-1.656950	-2.459741	-4.578544	-3.639470	-2.762252	-2.293505	.032668	.009746	-.005744	.000408

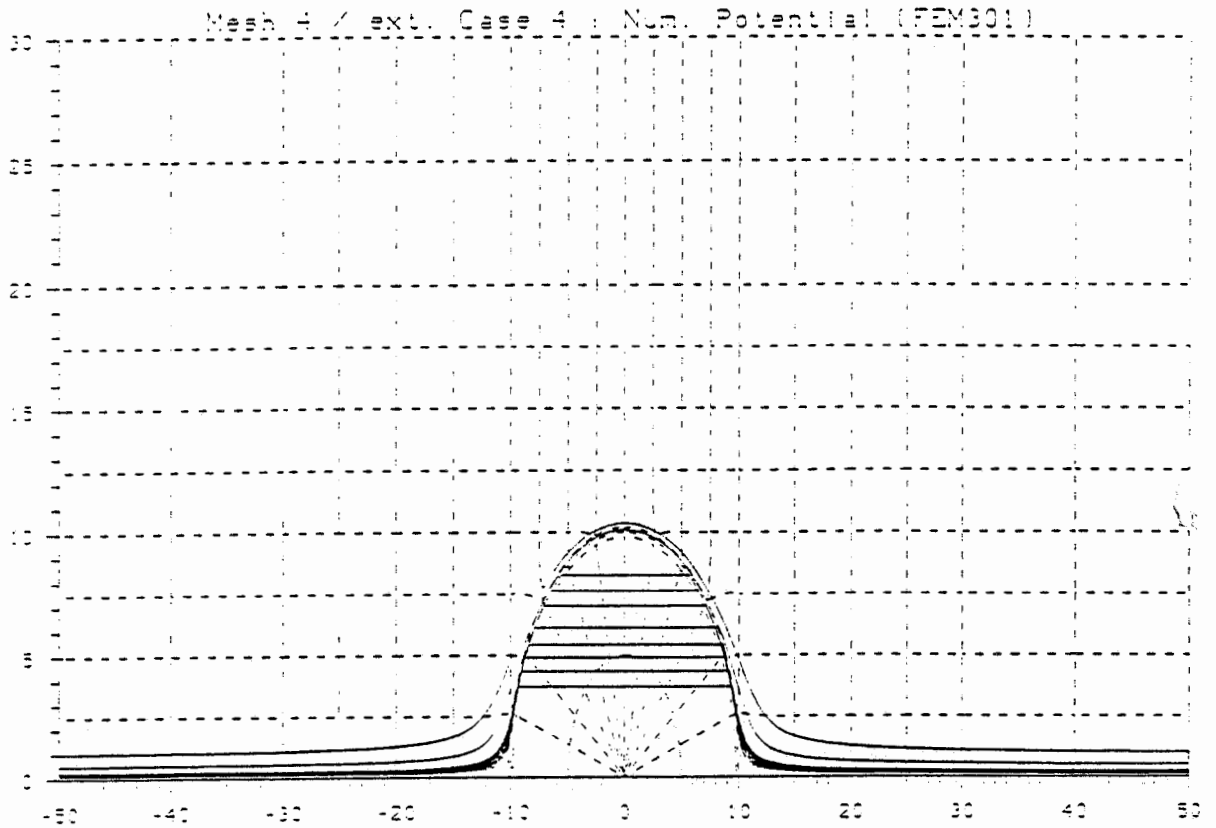
Fig. 8b: numerisches Geschwindigkeitsfeld



Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+11 [s]

Tra.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IX Start	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000	-5.000000
IY Start	.010000	.012000	.014000	.016000	.018000	.020000	.022000	.024000	.050000	.100000
IY (X=0)	.0160131	.0919241	.1593571	.2252751	.2935621	.3686221	.4526661	.5367081	1.0084901	1.0439641
IErr (Y0)	-.4691871	-.4903171	-.5199241	-.5510451	-.5797991	-.6017791	-.5480081	-.4649381	-.0058711	.0047091
IX Final	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000	5.000000
IY Final	.010000	.012001	.014001	.016001	.018001	.020002	.022001	.024001	.050004	.100008
IErr (YF)	.000000	.000001	.000001	.000001	.000001	.000002	.000001	.000001	.000004	.000008
IT (X=0)	.567950	.565198	.560528	.553833	.544565	.531394	.512471	.488510	.063507	.059912
IErr (T0)	.061801	.089878	.124943	.170222	.232832	.342757	.445020	.421489	.000112	-.000078
IT Final	1.135911	1.130391	1.121047	1.107661	1.089121	1.062780	1.024931	.977014	.127014	.119823
IErr (TF)	.123613	.179751	.249879	.340438	.465655	.685506	.890028	.842972	.000223	-.000157

Fig. 8c: analytisches Potential



Units : Length 1E+01 [m] Time 1E+11 [s]

Trn.No	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IX Start	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001	-5.0000001
IY Start	.0100001	.0120001	.0140001	.0160001	.0180001	.0200001	.0220001	.0240001	.0500001	.1000001
IY (x=0)	.3718781	.4348781	.4912091	.5433801	.6130401	.7014301	.7635851	.8265571	1.0097141	1.0361761
IErr (Y0)	-.1133221	-.1473621	-.1880711	-.2329401	-.2603211	-.2689711	-.2370901	-.1750891	-.0046461	-.0030791
IX Final	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001	5.0000001
IY Final	.0100021	.0120021	.0140011	.0160011	.0180021	.0200011	.0220021	.0240021	.0500041	.1000091
IErr (YF)	.0000021	.0000021	.0000011	.0000011	.0000021	.0000011	.0000021	.0000021	.0000041	.0000091
IT (x=0)	.5315691	.5174641	.5024741	.4868071	.4622401	.4231671	.3889931	.3478961	.0632941	.0599751
IErr (T0)	.0254201	.0421441	.0668901	.1031951	.1505071	.2345311	.3215421	.2806751	-.0001011	-.0000151
IT Final	1.0631291	1.0349161	1.0049401	.9736071	.9244721	.8463291	.7779811	.6953861	.1265881	.1199501
IErr (TF)	.0508321	.0842771	.1337711	.2063841	.3010051	.4690551	.6430791	.5613441	-.0002031	-.0000301

Fig. 8d: numerisches Potential

### 5.1.9 Diskussion der Resultate (undurchlässiger Zylinder)

#### i) Fall 1: Analytisches Geschwindigkeitsfeld

Die Qualität der Resultate ist vergleichbar mit dem vorherigen Beispiel.

#### ii) Fall 2: Diskretisiertes, analytisches Geschwindigkeitsfeld

Die Resultate sind auch in diesem Beispiel frappant. Für das feine Netz scheinen die Ergebnisse auf den ersten Blick recht mager. Eine Fehleranalyse (s. unten) zeigt, dass die grossen Diskrepanzen im Fehler der Aufenthaltszeiten im Zylinder zu suchen sind. Falls der Eintrittspunkt in den Zylinder (i.e. y-Komponente bei  $x = 0$ ) wenig verschoben ist, resultieren recht unterschiedliche Zeiten.

Die Fehleranalyse basiert auf der Annahme, dass die Zeiten innerhalb des Zylinders der y-Position gemäss den analytischen Werten entspricht. Vergleicht man nur die Zeiten ausserhalb des Zylinders, resultieren recht gute Ergebnisse. Den analytischen Wert der Aufenthaltszeit innerhalb des Zylinders erhält man gemäss Formel (5-5) aus  $\bar{v}$  für  $r < a$  und der Länge des Weges.

#### Fehleranalyse

	YO [m]	TF [1E10 s]	TC [1E10 s]	TB [1E10 s]
Numerical	9.583	4.133	2.886	1.247
Analytical	6.793	8.712	7.412	1.3
Err (N-A)	2.79	-4.579	-4.526	-0.053

Table : ERROR ANALYSIS OF MESH 4 / CASE 2 : Track No 3

YO : Y at X=0 ; i.e. Y-Location of Entrance into Inclusion  
 TF : Cumulative Time at X=50 m  
 TC : Analytical Travel Time Spent within The Inclusion  
       Calculated Using YO and Analytical Velocity  
 TB : Difference (TF-TC) ; i.e. Travel Time within Bulk

#### iii) Fall 3: Analytisches Potentialfeld

Die Ergebnisse sind vergleichbar mit Fall 2. Der Abbruch einiger Trajektorien wegen schlecht konditionierter Elemente kommt im groben Netz deutlich zum Ausdruck. Eine Fehleranalyse zeigt, dass auch in diesem Fall die Verschiebung des Eintrittspunktes die Hauptfehlerquelle ist.

Fehleranalyse

	YO [m]	TF [1E10 s]	TC [1E10 s]	TB [1E10 s]
Numerical	3.686	10.627	9.389	1.238
Analytical	9.704	3.773	2.439	1.334
Err (N-A)	-6.018	6.854	6.95	-0.096

Table : ERROR ANALYSIS OF MESH 4 / CASE 3 : Track No 6

iv) Fall 4: Numerisch berechnetes Potential

Die auf den numerischen Potentialen beruhenden Resultate sind vergleichbar mit Fall 3, wobei exaktere Werte und Verläufe festzustellen sind. Ein Erklärungsversuch wird anschliessend besprochen. Die Fehleranalyse wiedergibt den bereits festgestellten Sachverhalt.

Fehleranalyse

	YO [m]	TF [1E10 s]	TC [1E10 s]	TB [1E10 s]
Numerical	7.014	8.463	7.199	1.264
Analytical	9.704	3.773	2.439	1.334
Err (N-A)	-2.69	4.69	4.76	-0.07

Table : ERROR ANALYSIS OF MESH 4 / CASE 4 : Track No 6

5.1.10 Folgerungen

Aus den beobachteten Vergleichen sind einige Schlüsse zu ziehen.

Der Hochdurchlässige Zylinder bietet fast keine Schwierigkeiten. Achtung ist geboten, wenn unstetige Felder (Geschwindigkeitsfeld, Potentialgradient etc.) diskretisiert werden. Starke Kontraste bedürfen einer sorgfältigen Diskretisierung. Ebenfalls muss bei gekrümmten Elementen deren Regularität im Feinen geprüft werden.

Die Umströmung des undurchlässigen Zylinders wirft, wie zu erwarten war, mehr Probleme auf. Da nur die Trajektorien in der Nähe der horizontalen Symmetrieachse den Zylinder durchqueren, sind die Krümmungen der Linien in der Uebergangszone recht ausgeprägt. Es wird erwartet, dass eine problemangepasste Diskretisierung in diesem Bereich zu besseren Resultaten führt. Damit kann auch die bessere Qualität der auf den numerischen Potentia-

len beruhenden Berechnungen im Vergleich zu den analytischen Potentialen erklärt werden. Die Elemente im Krümmungsbereich sind zu grob, um den exakten Verlauf einigermaßen genau wiedergeben zu können. Abschliessend soll zur Rechtfertigung doch noch erwähnt sein, dass die gewählten Netze dem Problem des durchlässigen Zylinders angepasst wurden.

## 5.2 Operationelles Beispiel

Der vorliegende Fall beschreibt einen Ausschnitt aus einem 2-dimensionalen Modell des Felslabors Grimsel. Eine detaillierte Beschreibung ist dem Bericht "Hydraulisches Modell für die Migrationszone im Felslabor Grimsel" (██████████ 1988) zu entnehmen. Gezeigt werden Trajektorien, die bei Injektion in ein Bohrloch beginnen (kreisförmige Anordnung der Startpunkte links im Bild) und teils in den Felslaborstollen (rechts oben im Bild) und teils in ein geöffnetes Bohrloch (ca. Mitte des Bildes) migrieren.

Das Beispiel wurde mit einem anderen Programmcode nachgerechnet (NAMMU-NAMSOL von Harwell, GB) und die Resultate verglichen. Die Ergebnisse zeigen befriedigende Übereinstimmung der beiden Codes. Einige Unterschiede werden nachfolgend illustriert, insbesondere das Auftreten von Oszillationen.

3 Ausschnitte - durch Rechtecke markiert - sind vergrössert dargestellt. Sie verdeutlichen, wie das Programm Track auftretende Oszillationen an Elementrändern handhabt. Durch die Wahl des grössten Geschwindigkeitsvektors entlang des Randes wird die Aufenthaltszeit der Trajektorie minimiert. Oszillationen über eine längere Wegstrecke können merkliche Unterschiede in den Laufzeiten bewirken (wurde in diesem Beispiel nicht festgestellt). Die exakte Bestimmung der Austrittskordinaten aus einem Element verhindert ein Ueberschneiden der Trajektorien. Die in der Vergrösserung sichtbare grosse Schrittweite (zackige Linie) wird durch eine Input-Option gesteuert, die ein Filtern der Trajektorienkordinaten bewirkt, um "handliche" Output-Daten zu erhalten.

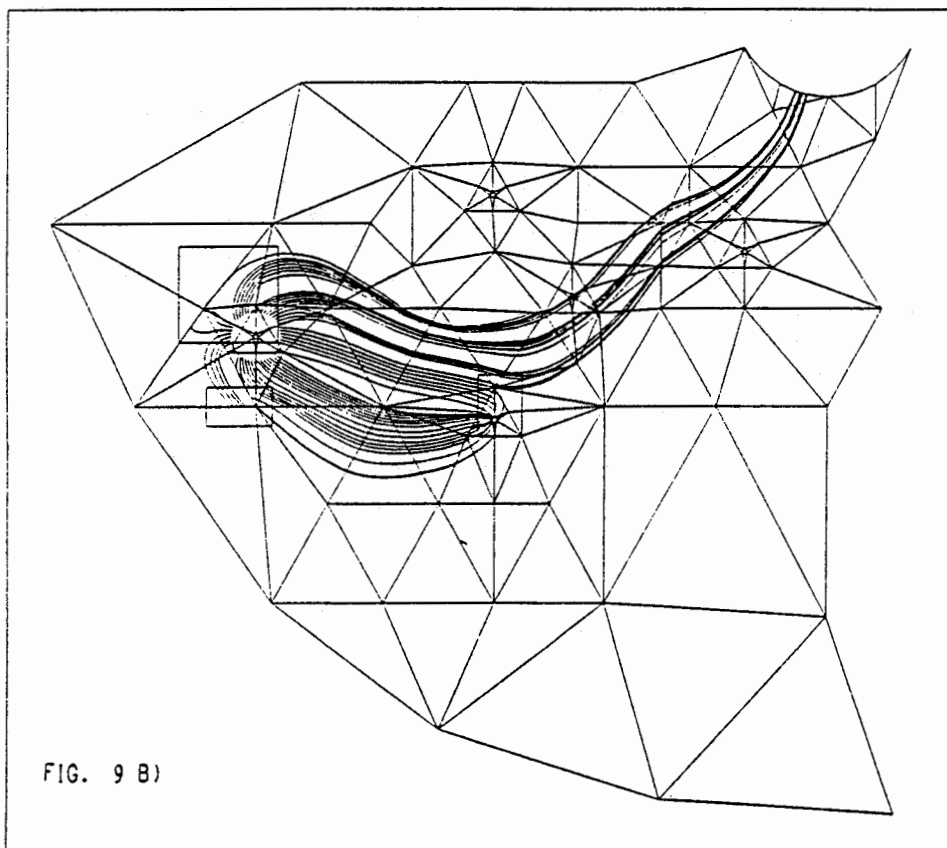
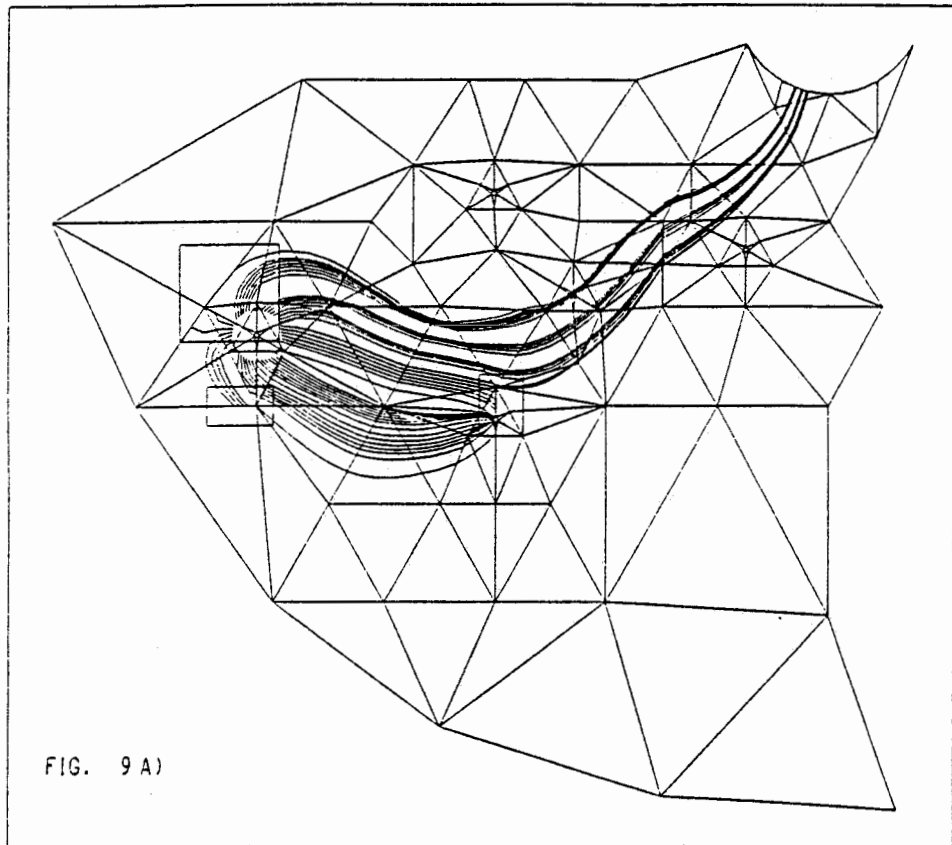


Fig. 9: a) TRACK-Trajektorien, b) NAMMU-Trajektorien



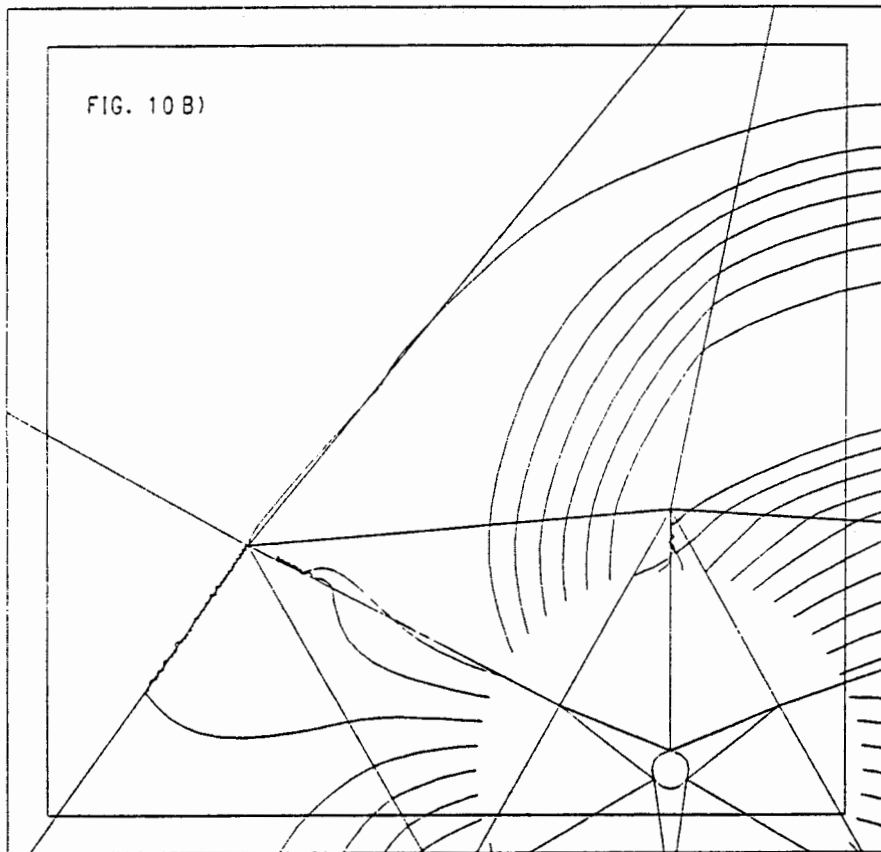
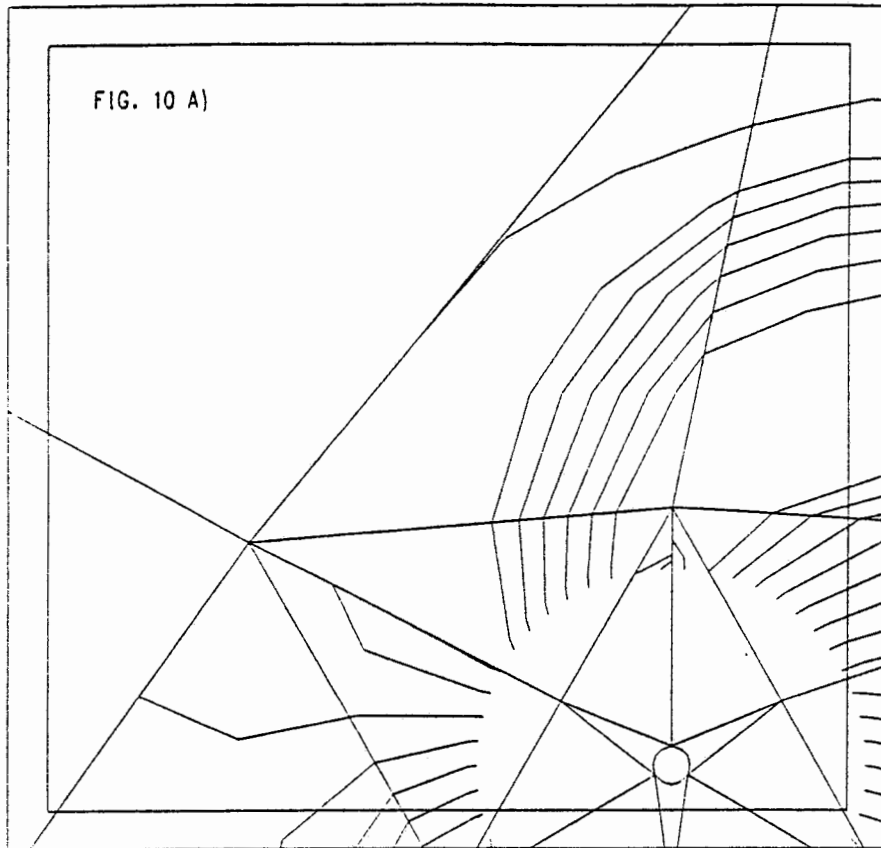


Fig. 10: Ausschnitt oben links: a) TRACK, b) NAMMU

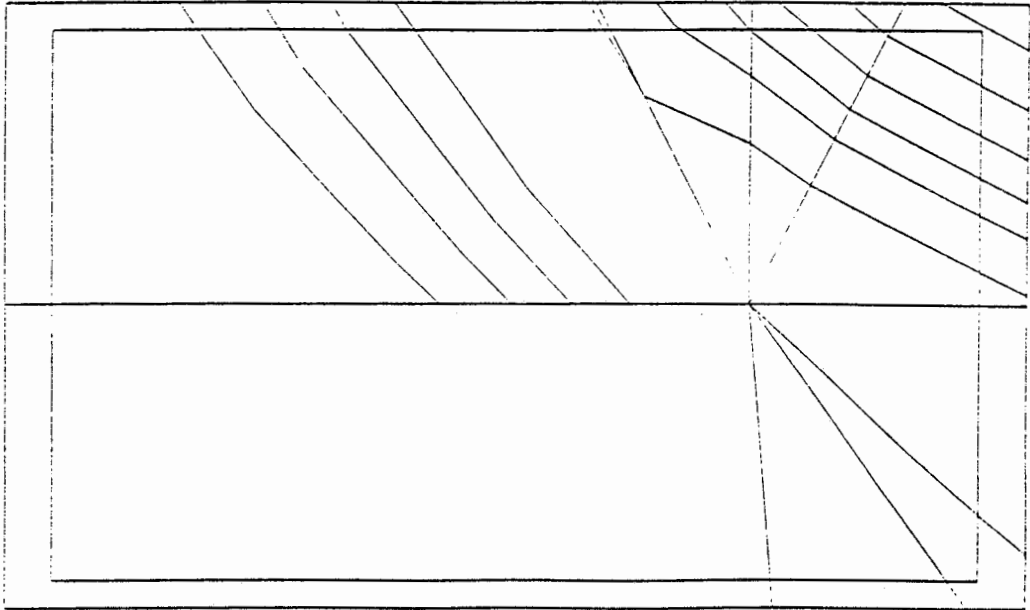


Fig. 11a: TRACK: Ausschnitt unten links

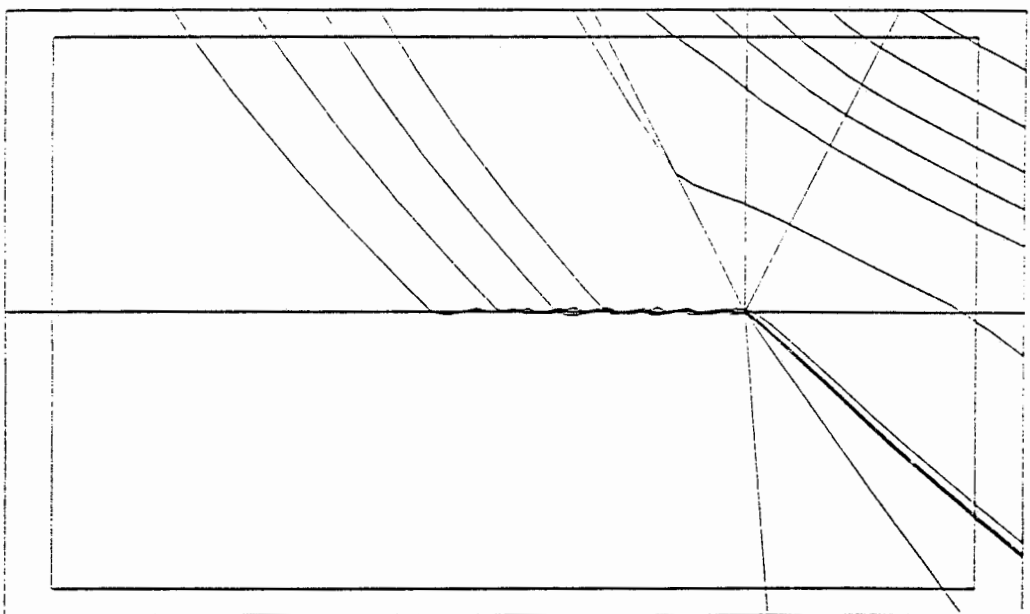


Fig. 11b: NAMMU: Ausschnitt unten links

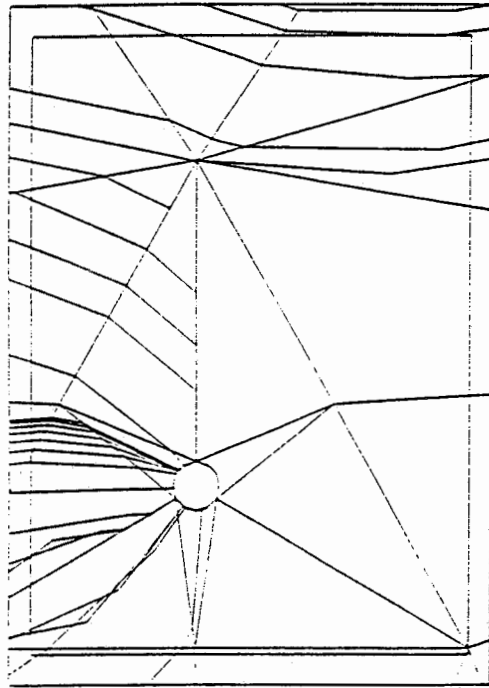


Fig. 12a: TRACK: Ausschnitt Mitte

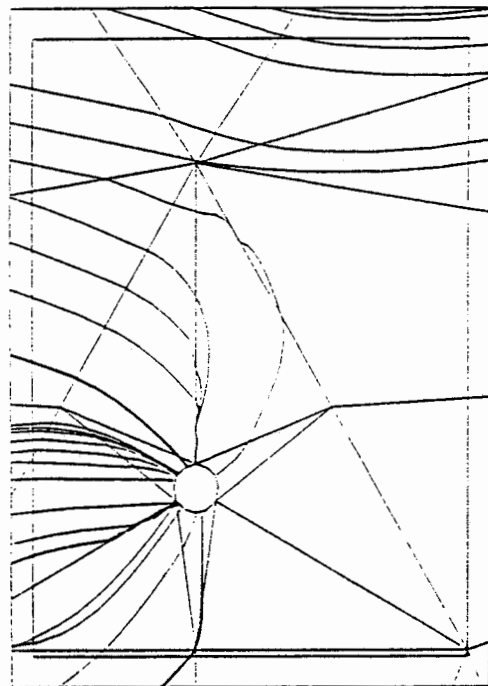


Fig. 12b: NAMMU: Ausschnitt Mitte

6. LITERATURVERZEICHNIS

Bronstein-Semendjajew (1979): Taschenbuch der Mathematik.

Verlag Harri Deutsch

Jackson, C.P. (1987): Proposal for an extension to HYDROCOIN Level 3 Case 7: A test for particle tracking algorithms.

HYDROCOIN 87 (7)

Kiraly, L. (1985): FEM301-A three Dimensional Model for Groundwater Flow Simulation.

NTB 84-49

Stiefel, E. (1980): Methoden der mathematischen Physik.

VdF, Zürich

Zienkiewicz, O.C. (1984): Methode der finiten Elemente.

Hauser Verlag, München

ANHANG

A 1. Programmlisting

## PROGRAM TRACK

C-----  
 C PARTICLE TRACKING  
 C-----

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
 LOGICAL CDC  
 PARAMETER (CDC=.TRUE.)

C-----COMMON BLANK\_COM-----

PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)  
 COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)  
 & ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)  
 & ,XORBLK(3)  
 & ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)  
 & ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)  
 & ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM  
 & ,IELV(IV2)

C-----END BLANK\_COM-----

C-----COMMON TAPES\_COM-----

INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB  
 COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT  
 & ,OUATD,OULVT,OUTAB

C-----END TAPES\_COM-----

COMMON /ORIGIN/ XORIG(3)

CHARACTER\*256 FIELM,FICOR,FITRA,FIPAR,FIPAT,FILVT,FIPOT,  
 & FISTA,FICON,FITAB  
 CHARACTER USER\*10,DTM\*16,VERS\*5,DATU\*11  
 LOGICAL NEWCON,ICON2

VERS='2.3'  
 DATU='06-OCT-1988'

INELM=7  
 INCOR=8  
 INPAR=9  
 OUTRA=10  
 INPOT=11  
 INSTA=12  
 OUPAT=13  
 IOMAT=14  
 OULVT=15  
 OUTAB=16

C Initialize NOS/VE Terminal I/O

IF(CDC) THEN  
 CALL SETTERM(-1,-2)  
 CALL TERMIO(LI,LO)  
 ENDIF

CALL DAYTIM(DTM)  
 CALL PROMPT(' USER : ')  
 READ(1,'(A)') USER  
 CALL CPUTIM(OUTRA,'INIT',USER)  
 DO 10 I=1,IV1  
 10 POT(I)=0D0  
 DO 20 I=1,IV3  
 20 PORV(I)=0D0  
 20 PERA(1,I)=-1D0  
 CALL OLDFILE(INCOR,' COORDINATE INPUT FILE : ',  
 & FICOR)  
 CALL OLDFILE(INELM,' ELEMENT INPUT FILE : ',  
 & FIELM)  
 CALL OLDFILE(INPAR,' PARAMETER INPUT FILE : ',  
 & FIPAR)

C Read potential

```

30  CALL OLDFILE(INPOT,' POTENTIAL INPUT FILE      :      ',
&      FIPOT)
    CALL FINDKW(INPOT,'RESULTS',NB)
    IF(NB.LT.1) GOTO 30
    CALL RSHEAD(INPOT,POT,IV1)
    CALL CLOSEF(INPOT)

    CALL OLDFILE(INSTA, ' START POINTS INPUT FILE  :      ',
&      FISTA)
    CALL NEWFILE(OUTRA, ' TRACKING RESULT FILE      : '//
&      [DEF=TRACK_TRA] : ', 'TRACK_TRA',FITRA)

    CALL NEWFILE(OUTPAT, ' PATH OUTPUT FILE        : '//
&      [DEF=TRACK_PAT] : ', 'TRACK_PAT',FIPAT)

    CALL NEWFILE(OUTLVT, ' LENGHT VS TIME OUTPUT FILE : '//
&      [DEF=TRACK_LVT] : ', 'TRACK_LVT',FILVT)

    CALL NEWFILE(OUTTAB, ' TABLE OF RESULTS OUTPUT FILE : '//
&      [DEF=TRACK_TAB] : ', 'TRACK_TAB',FITAB)
    WRITE(OUTTAB, '(A, //A, /A)') FITAB,
& ' TRACK NO. LAENGE (m)      ZEIT (y)      GESCHW. (m/y) '//
& ' MESSAGE',
& '-----'//
& '-----'
    NEWCON=.TRUE.
    CALL QUEST(' Create new connection matrix ? [def=Y]',NEWCON)
    IF(NEWCON) THEN
&      CALL NEWFILE(IOMAT, ' CONNECTION MATRIX OUTPUT FILE : '//
&      [DEF=TRACK_CON] : ', 'TRACK_CON',FICON)
    ELSE
50  CALL OLDFILE(IOMAT, ' CONNECTION MATRIX INPUT FILE : ',
&      FICON)
    CALL FINDKW(IOMAT,'CONNECT2',NBC)
    IF (NBC.LT.1) THEN
        CALL FINDKW(IOMAT,'CONNECTION',NBC)
        IF(NBC.LT.1) GOTO 50
        PRINT*, 'CONNECTION MATRIX VERSION 1'
        ICON2=.FALSE.
    ELSE
        PRINT*, 'CONNECTION MATRIX VERSION 2'
        ICON2=.TRUE.
    ENDIF
    ENDIF

    WRITE(OUTRA, '( /A)')
& ' .....
    WRITE(OUTRA, '(A)')
& ' * PARTICLE TRACKING FOR FINITE ELEMENTS      *'
    WRITE(OUTRA, '(A)')
& ' * IN THREE DIMENSIONS                          *'
    WRITE(OUTRA, '(A)')
& ' * VERSION          '//VERS//'
    WRITE(OUTRA, '(A)')
& ' * ETH/VAW-MCI      '//DATU//'
    WRITE(OUTRA, '(A)')
& ' * TIME: '//DTM//'      USER: '//USER//'
    WRITE(OUTRA, '(A)')
& ' .....

    CALL LENWOB(FIELM,LELM)
    CALL LENWOB(FICOR,LCOR)
    CALL LENWOB(FIPAR,LPAR)
    CALL LENWOB(FIPOT,LPOT)
    CALL LENWOB(FICON,LCON)
    CALL LENWOB(FISTA,LSTA)
    CALL LENWOB(FITRA,LTRA)
    CALL LENWOB(FIPAT,LPAT)
    CALL LENWOB(FILVT,LLVT)
    LELM=MAX(1,MIN(100,LELM))
    LCOR=MAX(1,MIN(100,LCOR))
    LPAR=MAX(1,MIN(100,LPAR))
    LPOT=MAX(1,MIN(100,LPOT))
    LSTA=MAX(1,MIN(100,LSTA))
    LCON=MAX(1,MIN(100,LCON))

```

```

LTRA=MAX(1,MIN(100,LTRA))
LPAT=MAX(1,MIN(100,LPAT))
LLVT=MAX(1,MIN(100,LLVT))
WRITE(OUTRA,'(/A)') '      Input files: '//FIELM(:LELM)
WRITE(OUTRA,'(A)') '      '//FICOR(:LCOR)
WRITE(OUTRA,'(A)') '      '//FIPAR(:LPAR)
WRITE(OUTRA,'(A)') '      '//FIPOT(:LPOT)
WRITE(OUTRA,'(A)') '      '//FISTA(:LSTA)
IF(.NOT.NEWCON) WRITE(OUTRA,'(A)') '      '//
&      FICON(:LCON)
WRITE(OUTRA,'(A)')
WRITE(OUTRA,'(A)') '      Output files: '//FITRA(:LTRA)
WRITE(OUTRA,'(A)') '      '//FIPAT(:LPAT)
WRITE(OUTRA,'(A)') '      '//FILVT(:LLVT)
IF(NEWCON) THEN
  WRITE(OUTRA,'(A)') '      '//FICON(:LCON)
  CALL SAVEHED(IOMAT,FICON,FIELM//FIPAR,'TRACK',VERS,DTM,USER)
ENDIF
CALL SAVEHED(OUPAT,FIPAT,FIELM//FICOR//FIPAR//FIPOT//FISTA,
&      'TRACK',VERS,DTM,USER)
CALL SAVEHED(OULVT,FILVT,FIELM//FICOR//FIPAR//FIPOT//FISTA,
&      'TRACK',VERS,DTM,USER)

IF (NEWCON) THEN
  CALL PROMPT(' Reading input files and '//
&      'calculating CONNECTION MATRIX')
ELSE
  CALL PROMPT(' Reading input files')
ENDIF
PRINT*
C Read permeabilities and infiltration rates
CALL LECPE(IERR)
IF (IERR.NE.0) GOTO 1000
C Read elements
CALL LECELM(IERR)
IF (IERR.NE.0) GOTO 1000
C Read coordinates
CALL LECCOR(IERR)
IF (IERR.NE.0) GOTO 1000
IF (NEWCON)
&  CALL CPUTIM(OUTRA,'READ INPUT FILES',USER)

C Calculate connection matrix ICON
CALL CONMAT(NEWCON,FICON,ICON2,NBC,IERR)
IF (IERR.NE.0) GOTO 1000
IF(NEWCON) THEN
  CALL CPUTIM(OUTRA,'CALCULATE CONNECTION MATRIX',USER)
ELSE
  CALL CPUTIM(OUTRA,'READ INPUT FILES',USER)
ENDIF

C Calculate tracks and print results
CALL STREAM(USER)
CALL CPUTIM(OUTRA,'RUN "TRACK" TERMINATED',USER)

C End of run
1000 CONTINUE

C Deactivate NOS/VE Terminal I/O, close files
IF(CDC) THEN
  CALL OFFTERM(LI)
  CALL OFFTERM(LO)
ELSE
  ENDFILE(OUTRA)
  ENDFILE(OUPAT)
  ENDFILE(OULVT)
  ENDFILE(OUTAB)
ENDIF
CALL CLOSEF(INSTA)
CALL CLOSEF(OUTRA)
CALL CLOSEF(OUPAT)
CALL CLOSEF(OULVT)

```



```

      CALL CLOSEF(OUTAB)
      STOP
C-----END TRACK-----
      END

      SUBROUTINE LECCOR(IERR)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----
      PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)
      COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&             ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&             ,XORBLK(3)
&             ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&             ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&             ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&             ,IELV(IV2)
C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&                 ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
      COMMON /ORIGIN/ XORIG(3)

C      Input of the global coordinates X,Y,Z.
C      -----
      IERR=0
      CALL FINDKW(INCOR,'COORDINATES',NLINE)
      IF (NLINE.LT.1) THEN
         IERR=200
         RETURN
      ENDIF

C Get space dimension and scale factors

      CALL CNTWORD(INCOR,ND,IEND)
      IF (ND.LT.2 .OR. ND.GT.3) GOTO 900
      IF (ND.EQ.3) THEN
         READ(INCOR,*,ERR=901) FACX,FACY,FACZ
      ELSE
         READ(INCOR,*,ERR=901) FACX,FACY
         FACZ=ODO
      ENDIF
      NLINE=NLINE+1

C Read data

C First line: get XORIG(1) and XORIG(2) as new origin
      NLINE=NLINE+1
      IF (ND.EQ.3) THEN
         READ(INCOR,*,ERR=902,END=20) NIC,XX,YY,ZZ
      ELSE
         READ(INCOR,*,ERR=902,END=20) NIC,XX,YY
         ZZ=ODO
      ENDIF

      IF (NIC.GT.IV1) GOTO 903
      IF (IDCOR(NIC).GE.1) THEN
         XORIG(1)=XX*FACX
         XORIG(2)=YY*FACY
         XORIG(3)=ODO
         COOR(1,NIC)=ODO
         COOR(2,NIC)=ODO

```

```

      COOR(3,NIC)=ZZ*FACZ
      IDCOR(NIC)=IDCOR(NIC)+10000
    ENDIF

C Rest of data
10  NLINE=NLINE+1
    IF (ND.EQ.3) THEN
      READ(INCOR,*,ERR=902,END=20) NIC,XX,YY,ZZ
    ELSE
      READ(INCOR,*,ERR=902,END=20) NIC,XX,YY
      ZZ=0D0
    ENDIF

    IF(NIC.GT.IV1) GOTO 903
    IF(IDCOR(NIC).GE.1) THEN
      COOR(1,NIC)=XX*FACX-XORIG(1)
      COOR(2,NIC)=YY*FACY-XORIG(2)
      COOR(3,NIC)=ZZ*FACZ
      IDCOR(NIC)=IDCOR(NIC)+10000
    ENDIF
    GOTO 10

20  ISTOP=0
    DO 30 NIC=MNNIC,MXNIC
      IF(IDCOR(NIC).NE.0.AND.IDCOR(NIC).LT.10001) THEN
        WRITE(OUTRA,20004) NIC
        IERR=200
      ENDIF
      IDCOR(NIC)=IDCOR(NIC)-10000
      IF (IDCOR(NIC).GT.10000) THEN
        WRITE (OUTRA,20005) NIC
        IERR=200
      ENDIF
30  CONTINUE

    IF(IERR.NE.0) GOTO 910
    CALL CLOSEF(INCOR)
    RETURN

900  WRITE(OUTRA,20000)
    GOTO 910
901  WRITE(OUTRA,20001)
    GOTO 910
902  WRITE(OUTRA,20002) NLINE
    GOTO 910
903  WRITE(OUTRA,20003) NIC,NLINE
910  CONTINUE
    CALL CLOSEF(INCOR)
    IERR=200
    RETURN

20000 FORMAT(/' SPACE DIMENSION IN COORDINATE FILE',
& ' OUT OF RANGE !')
20001 FORMAT(/' FORMAT ERROR WHILE READING SCALE FACTORS',
& ' IN COORDINATE FILE !')
20002 FORMAT(/' FORMAT ERROR WHILE READING LINE ',15,
& ' OF COORDINATE FILE !')
20003 FORMAT(/' NODE NUMBER ',15,' OUT OF RANGE',
& ' /' CHECK LINE ',15,' OF COORDINATE FILE !')
20004 FORMAT(/' NO COORDINATES GIVEN FOR NODE ',16,' !')
20005 FORMAT(/' COORDINATES FOR NODE ',16,' GIVEN MORE THAN ONCE !')
C-----END LECCOR-----
      END

      SUBROUTINE LECELM(IERR)

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      LOGICAL PINCH

C-----COMMON BLANK_COM-----
      PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

```

```

COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&          ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&          ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----

      DIMENSION LVB(27)

C      READ ELEMENT DATA
C      -----

      CALL FINDKW(INELM,'@PYRAMID=BRICK',NBLINE)
      PINCH=(NBLINE.GT.0)
      IERR=0
      CALL FINDKW(INELM,'ELEMENTS',NBLINE)
      IF (NBLINE.LT.1) THEN
        IERR=100
        RETURN
      ENDIF

      MAXDIM=0
      MXLM=0
      MNNIC=IV1
      MXNIC=0
      DO 10 I=1,IV1
10      IDCOR(I)=0

      100 READ(INELM,*,END=400,ERR=500) LM,NQ,NP,KR,NAR,(LVB(K),K=1,KR)

      IF (PINCH) THEN
C get pinched brick out of pyramid
        IF (KR.EQ.13) THEN
          KR=20
          NAR=-8
          DO 150 K=14,20
150         LVB(K)=LVB(13)
          ENDIF
        ENDIF

        IF (PERA(1,NP).LT.0D0) THEN
          WRITE(OUTRA,20001) NP,LM
          IERR=100
        ENDIF

C ELEMENT WITHOUT PERMEABILITY IS SKIPPED
        IF (.NOT.(PERA(1,NP)+PERA(3,NP)+PERA(6,NP).GT.0D0)) GOTO 100

        MAXDIM=MAX(MAXDIM,NDIM(KR))
        MXLM=MXLM+1
        DO 200 K=1,KR
          NIC=LVB(K)
          NELC(K,MXLM)=NIC
          INVELM(LM)=MXLM
          IDCOR(NIC)=IDCOR(NIC)+1
          IF(NIC.LT.MNNIC) MNNIC=NIC
          IF(NIC.GT.MXNIC) MXNIC=NIC
          IREP=1
          DO 180 KK=K+1,KR
            IF(NIC.NE.LVB(KK)) GOTO 180
            IREP=IREP+1
180          CONTINUE
          IF(IREP.NE.1.AND.NAR.GT.0) THEN
            WRITE(OUTRA,700)LM,NIC,IREP
            IERR=100
          ENDIF
        ENDIF
      ENDIF
C      -----

```

```

200 CONTINUE
   IELM(MXLM)=LM
   NELP(MXLM)=NP
   INVELM(LM)=MXLM
   KRV(MXLM)=KR
   NARV(MXLM)=NAR
   IF(KR .LT. 27 ) THEN
     DO 250 K=KR+1,27
250   NELC(K,MXLM)=0
     ENDOF
     GOTO 100
400 CONTINUE
   CALL CLOSEF(INELM)
   RETURN

500  WRITE (OUTRA,*) ' ERROR DURING READING OF ELEMENT FILE!'
     IERR=100
     CALL CLOSEF(INELM)
     RETURN

   700 FORMAT(' LM=',I5,' NOD=',I6,' APPEARS ',I2,' TIMES'/)
20001 FORMAT(' ERROR: PERMEABILITY CLASS ',I4,' OF ELEMENT ',I5,
&          ' NOT GIVEN!')
C-----END LECCELM-----
      END

      SUBROUTINE LECPE(IERR)

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

C-----COMMON BLANK_COM-----
      PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

      COMMON //  IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&             ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&             ,XORBLK(3)
&             ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&             ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&             ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&             ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&             ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----

      DIMENSION PERM(6)

C      INPUT OF THE PERMEABILITIES [K]=(K11,K12,K22,K13,K23,K33)
C      -----
C
C      WRITE(OUTRA,700)

      CALL FINDKW(INPAR,'PERMEABILITIES',NBLINE)

      DO 10 I=1,6
10  PERM(I)=ODO

      IERR=0
100  READ(INPAR,*,Iostat=IOS) NP,PORO,PERM
      IF (IOS.NE.0.OR.NP.LT.1) GOTO 600
      IF (NP.GT.IV3) GOTO 500
      PORV(NP)=PORO
      IF(.NOT.(PERM(3).GT.ODO.OR. PERM(6).GT.ODO)) THEN
        PERM(3)=PERM(1)
        PERM(6)=PERM(1)
C      WRITE(OUTRA,720)NP,PORO,PERM(1)
C      ELSE
C      WRITE(OUTRA,730)NP,PORO,PERM(1),PERM(2),PERM(4),
C      &             PERM(3),PERM(5),PERM(6)

```

```

      ENDIF
      DO 200 I=1,6
        PERA(I,NP)=PERM(I)
        PERM(I)=0D0
200    CONTINUE
      GOTO 100
500  WRITE (OUTRA,710)
      IERR=10
600  CONTINUE
      CALL CLOSEF(INPAR)
      RETURN
700  FORMAT (/5X,'VALUES OF PERM/PORO CLASSES  '/5X,27(' ')/)
710  FORMAT (/ ' ERROR IN LECPE.CHECK DIMENSION OF PERM.CLASSES')
720  FORMAT(5X,I5,5X,1P,2E14.5)
730  FORMAT(5X,I5,5X,1P,4E14.5/43X,2E14.5/57X,E14.5)
C-----END LECPE-----
      END

```

```

      SUBROUTINE CONMAT(NEWCON,FICON,ICON2,NBLINE,IERR)
C -----
C Calculate connection matrix
C -----

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

C-----COMMON BLANK_COM-----
      PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

      COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&            ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&            ,XORBLK(3)
&            ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&            ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&            ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&            ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&                ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
      LOGICAL KRTEST,NEWCON,ICON2,A
      DIMENSION ICONN(6)
      CHARACTER*(*) FICON

C Initialize
      DO 10 I=1,6
      DO 10 J=1,MXLM
10    ICON(I,J)=0
      IERR=0
      MXL1D=0
      MXL2D=0
      MXL3D=0

      IF(.NOT.NEWCON.AND..NOT.ICON2) GOTO 400
      IF(.NOT.NEWCON.AND.ICON2) GOTO 500
C Mark pinched nodes with negativ signs
      DO 15 J=1,MXLM
        IF(NARV(J).LT.0) THEN
          DO 12 I1=1,KRV(J)
            N1=ABS(NELC(I1,J))
            DO 12 I2=I1+1,KRV(J)
              IF(N1.EQ.ABS(NELC(I2,J))) THEN
                NELC(I1,J)=-N1
                NELC(I2,J)=-N1
              ENDIF
            ENDIF
          ENDIF
12      CONTINUE
        ENDIF
15    CONTINUE

C Check element types, store 1D-elements into IELV

```

```

DO 20 LM=1,MXLM
  IF(.NOT.KRTEST(KRV(LM))) THEN
    WRITE(OUTRA,20000) IELM(LM),KRV(LM)
    IERR=500
    GOTO 20
  ENDIF
  IF(KRV(LM).EQ.3) THEN
    MXL1D=MXL1D+1
    IELV(MXL1D)=LM
  ENDIF
20 CONTINUE

C Add 2D-elements in IELV
DO 30 LM=1,MXLM
  IF(KRV(LM).GE.6 .AND. KRV(LM).LE.9) THEN
    MXL2D=MXL2D+1
    IELV(MXL1D+MXL2D)=LM
  ENDIF
30 CONTINUE

C Add 3D-elements in IELV
DO 40 LM=1,MXLM
  IF(KRV(LM).GE.10) THEN
    MXL3D=MXL3D+1
    IELV(MXL1D+MXL2D+MXL3D)=LM
  ENDIF
40 CONTINUE

C Connection of 1D-elements
DO 100 LMD=1,MXL1D
  CALL FACE1D(IELV,LMD,MXL1D,MXL2D,MXL3D,MXLM,KRV,ICON,NELC)
100 CONTINUE

C Connection of 2D-elements
DO 200 LMD=MXL1D+1,MXL1D+MXL2D
  CALL FACE2D(IELV,LMD,MXL1D,MXL2D,MXL3D,MXLM,KRV,ICON,NELC)
200 CONTINUE

C Connection of 3D-elements
DO 300 LMD=MXL1D+MXL2D+1,MXLM
  CALL FACE3D(IELV,LMD,MXL1D,MXL2D,MXL3D,MXLM,KRV,ICON,NELC)
300 CONTINUE

C Reset sign of nodes in pinched elements
DO 315 J=1,MXLM
  IF(NARV(J).LT.0) THEN
    DO 312 I=1,KRV(J)
312     NELC(I,J)=ABS(NELC(I,J))
    ENDIF
315 CONTINUE

  CALL SAVCONM(NEWCON,ICON2,FICON)
  CALL CLOSEF(IOMAT)
  RETURN

C -- Read CONNECTION MATRIX in old format and write new format version
400 DO 410 J=1,MXLM
410 READ(IOMAT,*,ERR=620,END=630) IDUM,IDUM,(ICON(I,J),I=1,6)
  A=.TRUE.
  CALL QUEST(' UPDATE CONNECTION MATRIX [Y/N,def=N] ',A)
  PRINT *,'CONNECTION MATRIX is being written in new format'
  IF (A) CALL SAVCONM(NEWCON,ICON2,FICON)
  CALL CLOSEF(IOMAT)
  RETURN

C -- Read CONNECTION MATRIX in new format
500 DO 510 J=1,MXLM
  READ(IOMAT,*,ERR=620,END=630) IEL,ICONN
  IF ((IEL.LT.1.OR.IEL.GT.IV2).OR.
  & (INVELM(IEI).LT.1.OR. INVELM(IEI).GT.MXLM)) GOTO 620
  IEL=INVELM(IEI)
  DO 505 I=1,6
    IF (ICONN(I).GT.0) THEN
      ICON(I,IEL)=INVELM(ICONN(I))
    ELSE

```

```

                ICON(1,IEL)=ICONN(1)
            ENDIF
505     CONTINUE
510     CONTINUE
        CALL CLOSEF(IOMAT)
C ---- Simple test if ICON is complete
        DO 520 J=1,MXLM
520     IF (ICON(1,J).EQ.0) GOTO 650
        RETURN

620     WRITE(OUTRA,'(A,15)') 'ERROR IN CONNECTION MATRIX FILE AT LINE ',
&                               NBLINE+J
        IERR=1
        CALL CLOSEF(IOMAT)
        RETURN
630     WRITE(OUTRA,'(A)') 'EOF IN CONNECTION MATRIX FILE'
        IERR=2
        CALL CLOSEF(IOMAT)
        RETURN
650     WRITE(OUTRA,'(A)') 'CONNECTION MATRIX FILE IS INCOMPLETE'
        IERR=3
        RETURN
20000  FORMAT(/' ERROR: ILLEGAL NUMBER OF NODES FOR ELEMENT ',15,
&           ' : KR = ',15)
C-----END CONMAT-----
        END

```

```

        SUBROUTINE SAVCONM(NEWCON,ICON2,FICON)
        IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----
        PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

        COMMON // IDCOR(IV1),COORD(3,IV1),POT(IV1)
&               ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&               ,XORBLK(3)
&               ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&               ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&               ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&               ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
        INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
        COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&                   ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
        LOGICAL NEWCON,ICON2
        CHARACTER FICON2*60,FICON*(*),EXT*5
        DIMENSION ICONN(7)

C  get new file name if NEWCON is false and old ICON was read
        FICON2=FICON
        IF (.NOT.NEWCON.AND..NOT.ICON2) THEN
            CALL BLKOUT(FICON2,LF)
            IF (LF.GT.3) THEN
                EXT=FICON2(LF-3:LF)//' '
                CALL UPCAS2(EXT)
            ELSE
                EXT=' '
            ENDIF
            IF (EXT.EQ.'_CON ') THEN
                FICON2(LF-3:LF+1)='_CON2'
            ELSE
                FICON2(LF+1:LF+4)='_CON2'
            ENDIF
            CALL CLOSEF(IOMAT)
            CALL NEWDEFL(IOMAT,FICON2)
        ENDIF
        REWIND (IOMAT)
        WRITE(IOMAT,'(A,15)') 'Number of elements with PERM>0 :',MXLM
        WRITE(IOMAT,'(/A)') 'CONNECT2'
        DO 100 J=1,MXLM

```





```

                ENDIF
200            CONTINUE
C No neighbored face found
            ICON(NF,LM)=-1

300    CONTINUE
        RETURN
C-----END FACE1D-----
        END

```

```

SUBROUTINE FACE2D(IELV,LMD,MXL1D,MXL2D,MXL3D,MXML,KRV,ICON,NELC)

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION IELV(*),KRV(*),ICON(6,*),NELC(27,*)
DIMENSION ITYPES(27),NFACES(6),NNODES(4,6,6),NOD(4)

```

```

DATA ITYPES /5*0,1,0,2,0,3,0,0,4,0,5,4*0,6,7*0/
DATA NFACES /5,6,4,5,5,6/
DATA ((NNODES (I,J,1),I=1,4),J=1,6)
&      / 2, 0, 0, 0,  !* triangle face 1
&      / 4, 0, 0, 0,  !* triangle face 2
&      / 6, 0, 0, 0,  !* triangle face 3
&      / 2, 4, 6, 0,  !* triangle face 4
&      / 2, 4, 6, 0,  !* triangle face 5
&      / 0, 0, 0, 0/  !* dummy face 6

```

```

DATA ((NNODES (I,J,2),I=1,4),J=1,6)
&      / 2, 0, 0, 0,  !* rectangle face 1
&      / 4, 0, 0, 0,  !* rectangle face 2
&      / 6, 0, 0, 0,  !* rectangle face 3
&      / 8, 0, 0, 0,  !* rectangle face 4
&      / 2, 4, 6, 8,  !* rectangle face 5
&      / 2, 4, 6, 8/  !* rectangle face 6

```

```

DATA ((NNODES (I,J,3),I=1,4),J=1,6)
&      / 2, 4, 6, 0,  !* tetra face 1
&      / 2, 7, 8, 0,  !* tetra face 2
&      / 4, 8, 9, 0,  !* tetra face 3
&      / 6, 9, 7, 0,  !* tetra face 4
&      / 0, 0, 0, 0,  !* dummy face 5
&      / 0, 0, 0, 0/  !* dummy face 6

```

```

DATA ((NNODES (I,J,4),I=1,4),J=1,6)
&      / 2, 4, 6, 8,  !* pyram face 1
&      / 2, 9,10, 0,  !* pyram face 2
&      / 4,10,11, 0,  !* pyram face 3
&      / 6,11,12, 0,  !* pyram face 4
&      / 8,12, 9, 0,  !* pyram face 5
&      / 0, 0, 0, 0/  !* dummy face 6

```

```

DATA ((NNODES (I,J,5),I=1,4),J=1,6)
&      / 2, 4, 6, 0,  !* prism face 1
&      / 11,13,15, 0, !* prism face 2
&      / 2, 8,11, 7,  !* prism face 3
&      / 4, 9,13, 8,  !* prism face 4
&      / 6, 7,15, 9,  !* prism face 5
&      / 0, 0, 0, 0/  !* dummy face 6

```

```

DATA ((NNODES (I,J,6),I=1,4),J=1,6)
&      / 4,10,16,11,  !* brick face 1
&      / 8,12,20, 9,  !* brick face 2
&      / 6,11,18,12,  !* brick face 3
&      / 2, 9,14,10,  !* brick face 4
&      / 14,16,18,20, !* brick face 5
&      / 2, 4, 6, 8/  !* brick face 6

```

```

C Get parameters for this element type
C KR=6 ---> TYPE 1 (triangle)
C KR=8 ---> TYPE 2 (rectangle)
C KR=10 ---> TYPE 3 (tetrahedron)
C KR=13 ---> TYPE 4 (pyramid)
C KR=15 ---> TYPE 5 (prisma)

```

C KR=20 --> TYPE 6 (brick)

```

LM=IELV(LMD)
KR=KRV(LM)
ITYPE=ITYPES(KR)
IF(ITYPE.LT.1) RETURN
NFACE=NFACES(ITYPE)

```

C Loop over all faces of element LM

```

C -----
DO 300 NF=1,NFACE
  IF(ICON(NF,LM) .NE. 0) GOTO 300

```

C Variables for this face

```

IF(NF.LE.NFACE-2) THEN
  N3MAX=1
  LMST=LMD+1
ELSEIF (NF.EQ.NFACE-1) THEN
  N3MAX=3
  LMST=MXL1D+MXL2D+1
ELSE
  N3MAX=3
  LMST=NNFOUND+1
ENDIF

```

C Get N3MAX nodes for face NF (only non-repetitive nodes!)

```

N3=0
DO 10 I=1,4
  NOD1=NELC(NNODES(I,NF,ITYPE),LM)
  IF(NOD1.GT.0) THEN
    N3=N3+1
    NOD(N3)=NOD1
    IF(N3.GE.N3MAX) GOTO 20
  ENDIF
10 CONTINUE

ICON(NF,LM)=-2
GOTO 300

```

C Loop over all possible neighbored 3D-elements not yet treated

```

20 DO 200 NN=LMST,MXLM
  NNFOUND=NN
  LMN=IELV(NN)
  KRN=KRV(LMN)
  ITYPEN=ITYPES(KRN)
  IF(ITYPEN.LT.1) GOTO 200
  NFACEN=NFACES(ITYPEN)
  DO 100 NNF=1,NFACEN
    IF (NNODES(2,NNF,ITYPEN).GT.0) THEN
      IF (NNODES(4,NNF,ITYPEN).GT.0) THEN
        NMID=4
      ELSE
        NMID=3
      ENDIF
    ELSE
      NMID=1
    ENDIF
    NFOUND=0
    DO 50 K=1,NMID
      KK=NNODES(K,NNF,ITYPEN)
      DO 40 I=1,N3MAX
        IF(NOD(I).EQ.ABS(NELC(KK,LMN))) NFOUND=NFOUND+1
      CONTINUE
      IF(NFOUND.GE.N3MAX) THEN
        ICON(NF,LM)=LMN
        IF((NF.LE.NFACE-2 .AND. KRN.LT.10) .OR.
          & NF.GT.NFACE-2) ICON(NNF,LMN)=LM
          GOTO 300
        ENDIF
      CONTINUE
    50 CONTINUE
  100 CONTINUE
200 CONTINUE

```

C No neighbored face found

```

250  ICON(NF,LM)=-1
300  CONTINUE
      RETURN
C-----END FACE2D-----
      END

```

```

SUBROUTINE FACE3D(IELV,LMD,MXL1D,MXL2D,MXL3D,MXLM,KRV,ICON,NELC)

```

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION IELV(*),KRV(*),ICON(6,*),NELC(27,*)
DIMENSION ITYPES(27),NFACES(4),NNODES(4,6,4),NOD(4)

```

```

DATA ITYPES /9*0,1,0,0,2,0,3,4*0,4,7*0/
DATA NFACES /4,5,5,6/

```

```

DATA ((NNODES (I,J,1),I=1,4),J=1,6)
& / 2, 4, 6, 0, !* tetra face 1
& 2, 7, 8, 0, !* tetra face 2
& 4, 8, 9, 0, !* tetra face 3
& 6, 9, 7, 0, !* tetra face 4
& 0, 0, 0, 0, !* dummy face 5
& 0, 0, 0, 0/ !* dummy face 6

```

```

DATA ((NNODES (I,J,2),I=1,4),J=1,6)
& / 2, 4, 6, 8, !* pyram face 1
& 2, 9,10, 0, !* pyram fac2
& 4,10,11, 0, !* pyram face 3
& 6,11,12, 0, !* pyram face 4
& 8,12, 9, 0, !* pyram face 5
& 0, 0, 0, 0/ !* dummy face 6

```

```

DATA ((NNODES (I,J,3),I=1,4),J=1,6)
& / 2, 4, 6, 0, !* prism face 1
& 11,13,15, 0, !* prism face 2
& 2, 8,11, 7, !* prism face 3
& 4, 9,13, 8, !* prism face 4
& 6, 7,15, 9, !* prism face 5
& 0, 0, 0, 0/ !* dummy face 6

```

```

DATA ((NNODES (I,J,4),I=1,4),J=1,6)
& / 4,10,16,11, !* brick face 1
& 8,12,20, 9, !* brick face 2
& 6,11,18,12, !* brick face 3
& 2, 9,14,10, !* brick face 4
& 14,16,18,20, !* brick face 5
& 2, 4, 6, 8/ !* brick face 6

```

```

C Get parameters for this element type
C KR=10 --> TYPE 1 (tetrahedron)
C KR=13 --> TYPE 2 (pyramid)
C KR=15 --> TYPE 3 (prisma)
C KR=20 --> TYPE 4 (brick)

```

```

      LM=IELV(LMD)
      KR=KRV(LM)
      ITYPE=ITYPES(KR)
      IF(ITYPE.LT.1) RETURN
      NFACE=NFACES(ITYPE)

```

```

C Loop over all faces of element LM
C -----

```

```

      DO 300 NF=1,NFACE
        IF(ICON(NF,LM).NE.0) GOTO 300

```

```

C Get 3 nodes for face NF (only non-repetitive nodes!)
      N3=0
      IF=4
      IF (NNODES(4,NF,ITYPE).EQ.0) IF=3
      DO 30 I=1,IF
        NOD1=NELC(NNODES(I,NF,ITYPE),LM)
        IF(NOD1.GT.0) THEN
          N3=N3+1
          NOD(N3)=NOD1
        ENDIF
      ENDIF

```

```

30      CONTINUE
        IF(N3.LT.3) THEN
          ICON(NF,LM)=-2
          GOTO 300
        ENDIF

C Loop over neighbored 3D-elements
      DO 200 J=LMD+1,MXLM
        LMN=IELV(J)
        KRN=KRV(LMN)
        ITYPEN=ITYPES(KRN)
        IF(ITYPEN.LT.1) GOTO 200
        NFACEN=NFACES(ITYPEN)
        DO 100 NNF=1,NFACEN
          NMID=3
          IF (NNODES(4,NNF,ITYPEN).GT.0) NMID=4
          NFOUND=0
          DO 50 K=1,NMID
            KK=NNODES(K,NNF,ITYPEN)
            DO 40 I=1,3
              IF(NOD(I).EQ.ABS(NELC(KK,LMN))) NFOUND=NFOUND+1
            CONTINUE
          40      CONTINUE
              IF(NFOUND.GT.2) THEN
                ICON(NF,LM)=LMN  !* found!
                ICON(NNF,LMN)=LM
                GOTO 300
              ENDIF
          50      CONTINUE
        100     CONTINUE
      200     CONTINUE

C No neighbored face found
      250    ICON(NF,LM)=-1
      300    CONTINUE
            RETURN
C-----END FACE3D-----
      END

      SUBROUTINE STREAM(USER)
C----- STREAM -----
C      GUIDING THE PARTICLE TRACKING
C-----

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON START_COM-----
      INTEGER DIMSTA
      LOGICAL RDNODE,KWNODE
      COMMON /START/ NTRAJ,MAXSTEP,NRINTR,IELSTA,XGSTART(3),XLSTART(3)
      &              ,DIMSTA,MXTRAJ
      &              ,RDNODE,KWNODE,MXNODE,NBNODE
C-----END START_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
      &              ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----

      CHARACTER USER*(*),TEXT*17,MESSAGE*132
      CALL RDSTART(*1000)
100     CONTINUE
          CALL FINDSTA(*1000,*100)
          CALL INITTRA(*120,MESSAGE)
          CALL TRAJECT(MESSAGE)
120     WRITE(TEXT,'(A,15,A)') ' TRACK NO.',NRINTR,' : '
          NB=INDEX(MESSAGE,':')
          NB=NB-1
          IF(NB.LT.1) NB=116
          CALL CPUTIM(OUTRA,TEXT//MESSAGE(1:NB),USER)
          GOTO 100
1000    CONTINUE
          RETURN
C-----END STREAM-----
      END

```

```

SUBROUTINE RDSTART(*)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON START_COM-----
  INTEGER DIMSTA
  LOGICAL RDNODE,KWNODE
  COMMON /START/ NTRAJ,MAXSTEP,NRINTR,IELSTA,XGSTART(3),XLSTART(3)
  &
  & ,DIMSTA,MXTRAJ
  & ,RDNODE,KWNODE,MXNODE,NBNODE
C-----END START_COM-----
C-----COMMON STEP_COM-----

  PARAMETER (MAXITER=100,DFSTEP=1D-1,SUBRA=5D-4
  &
  & ,SUBSTEP=2D0,NCHECK=10,DFDSCR=1D-1
  &
  & ,DEFDIST=1D-2)

  LOGICAL BNDMAX,KUTTA
  COMMON /STEP/ NITTOT,TIMETOT,DISTTOT,NITELM,TIMEELM,DISTELM,DISTO
  &
  & ,XGSTEP(3),DXSTEP,DSSTEP,DISCRQ,NCHK,BNDMAX,KUTTA
  &
  & ,DISTMNQ,XGODIST(3)
C-----END STEP_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
  INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
  COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
  &
  & ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
  COMMON /ORIGIN/ XORIG(3)

C-----COMMON ARRIVE_COM-----
  PARAMETER (DEFRARR=1D0)
  LOGICAL ATDSTR,ARRIVED
  CHARACTER FIATD*256
  COMMON /ARRIVE/ ATDSTR,XARRIVE(3),RARRIVE
  &
  & ,TARRIVE,DARRIVE,IARRIVE,FIATD,ARRIVED
C-----END ARRIVE_COM-----

C -- Input of arrival time distribution parameters
CALL FINDKW(INSTA,'@ARRIVAL',NB)
ATDSTR=(NB.GT.0)
IF (ATDSTR) THEN
  CALL RDFNAME(INSTA,FIATD)
  IF (FIATD(:1).EQ.' ') GOTO 100
  READ (INSTA,'(A)',ERR=100) FIATD
  READ (INSTA,*,ERR=100) XARRIVE,RARRIVE
  IF (RARRIVE.LE.0) RARRIVE=DEFRARR
  CALL BLKOUT(FIATD,LF1)
  CALL NEWDEFL(OUATD,FIATD(:LF1))
  WRITE (OUATD,1500) XARRIVE,RARRIVE
  RARRIVE=RARRIVE**2
  CALL VDIF(3,XARRIVE,XORIG,XARRIVE)
ENDIF

C -- Local step size
CALL FINDKW(INSTA,'@STEP',NB)
IF (NB.GT.0) THEN
  READ (INSTA,*,ERR=100) DSSTEP
ELSE
  DSSTEP=DFSTEP
ENDIF

C -- Input of small region discretization
CALL FINDKW(INSTA,'@DISCRETE',NB)
IF (NB.GT.0) THEN
  READ (INSTA,*,ERR=100) DSCR
ELSE
  DSCR=DFDSCR
ENDIF
DISCRQ=DSCR**2

C -- Input of Boundary threshold selection
ISWB=0
CALL FINDKW(INSTA,'@BOUND',NB)
IF (NB.GT.0) READ (INSTA,*,ERR=100,END=100) ISWB
BNDMAX=(ISWB.EQ.1)

```

```

C -- Runge Kutta approximation (Default: KUTTA=.TRUE.)
  ISWK=1
  CALL FINDKW(INSTA,'@KUTTA',NB)
  IF (NB.GT.0) READ (INSTA,*,ERR=100,END=100) ISWK
  KUTTA=(ISWK.EQ.1)

C -- Input of minimum distance of path coordinates (def: DEFDIST)
  DISTMIN=DEFDIST
  CALL FINDKW(INSTA,'@OUTPUT DISTANCE',NB)
  IF (NB.GT.0) READ (INSTA,*,ERR=100,END=100) DISTMIN
  DISTMNQ=SIGN(DISTMIN**2,DISTMIN)

C --Input of keyword for nodal starting point values
  KWNODE=.FALSE.
  RDNODE=.FALSE.
  CALL FINDKW(INSTA,'@NODE',NB)
  IF (NB.GT.0) THEN
    READ(INSTA,*,ERR=100,END=100) MXNODE
    KWNODE=(MXNODE.GT.0)
  ENDIF
  MXNODE=MAX(0,MXNODE)

C --Input of starting points
  CALL FINDKW(INSTA,'START',NB)
  IF (NB.LT.1) GOTO 100
  READ (INSTA,*,ERR=100,END=100) NTRAJ,MAXSTEP
  MXTRAJ=NTRAJ+MXNODE
  CALL CNTWORD(INSTA,ND,IEND)
  DIMSTA=MIN(ND-1,3)
  WRITE(OUTRA,900)
  WRITE (OUTRA,1000) MXTRAJ,MAXSTEP,MXNODE,NTRAJ
  WRITE (OUTRA,1100) DSSSTEP,DSCR,DISTMIN,ISWB,ISWK
  RETURN
100 WRITE (OUTRA,2000)
  RETURN 1
900 FORMAT(///4X,' RESULTS OF THE TRACKING '/
& 4X,' ..... ')
1000 FORMAT (//3X,'NUMBER OF TRAJECTORIES..... ':',15/
& 3X,'MAXIMUM NUMBER OF STEPS PER TRAJECTORY.... ':',15/
& 3X,'NUMBER OF STARTING NODES..... ':',15/
& 3X,'NUMBER OF STARTING POINTS..... ':',15)
1100 FORMAT (//3X,'LOCAL STEP SIZE ..... ':',F6.4/
& 3X,'SUBDISCRETE REGION DISTANCE..... ':
& ,F6.4,' [m]'/
& 3X,'MINIMUM DISTANCE OF TRAJ. COORDINATES.... ':
& ,F6.4,' [m]'/
& 3X,'BOUNDARY THRESHOLD SELECTION..... ':',12/
& 3X,' (0 = ENTER FLUX TAKING 3D-ELEMENTS, '/
& 3X,' 1 = FOLLOW HIGHEST BOUNDARY VELOCITY)'/
& 3X,'RUNGE KUTTA INTEGRATION..... ':',12/
& 3X,' (0 = OFF, '/
& 3X,' 1 = ON )')
1500 FORMAT (//4X,'ARRIVAL TIME DISTRIBUTION'
& /4X,' ..... '
& //5X,'Final Point :',1P,3E15.6,' [m]'
& //5X,'Radius :',1P,E15.6,' [m]'
& ///' Path :',Arrv[1/0],', X Start [m] ',', Y Start [m]
& ', Z Start [m] ',', Time [y] ',',Distance [m] ')
2000 FORMAT ('--ERROR IN READING STARTING POINT FILE--')
C-----END RDSTART-----
  END

SUBROUTINE FINDSTA(*,*)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----
  PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)
  COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
  & ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)

```

```

&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&          ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
C-----COMMON START_COM-----
      INTEGER DIMSTA
      LOGICAL RDNODE,KWNODE
      COMMON /START/ NTRAJ,MAXSTEP,NRINTR,IELSTA,XGSTART(3),XLSTART(3)
&          ,DIMSTA,MXTRAJ
&          ,RDNODE,KWNODE,MXNODE,NBNODE
C-----END START_COM-----
      COMMON /ORIGIN/ XORIG(3)

      DIMENSION XX(3)
      DATA NTR /0/

      NTR=NTR+1
      IF (NTR.GT.MXTRAJ) RETURN 1

C Process starting nodes after starting coordinates (NTR.GT.NTRAJ)
      IF (KWNODE.AND.NTR.GT.NTRAJ) THEN
C Position file 2 lines after keyword for first node
      IF (.NOT.RDNODE) THEN
          CALL FINDKW(INSTA,'NODE',NBL)
          READ (INSTA,*,ERR=100) NDUM
          RDNODE=.TRUE.
          NBNODE=0
      ENDIF
      NBNODE=NBNODE+1
      IF (NBNODE.GT.MXNODE) RETURN 1
C Read starting node and get local coordinates directly
      READ (INSTA,*,ERR=100,END=100) NRINTR,NODE
      IF (NODE.LT.1.OR.NODE.GT.IV1) GOTO 300
      IF (IDCOR(NODE).LT.1) GOTO 300
      WRITE (OUTRA,1000) NRINTR
      CALL VEQV(3,XGSTART,COORD(1,NODE))
      DO 40 IEL=1,MXLM
          KR=KRV(IEL)
          DO 40 NNODE=1,KR
              IF (NELC(NNODE,IEL).NE.NODE) GOTO 40
              IELSTA=IEL
              CALL XLOCAL(KR,NNODE,XLSTART)
              RETURN
40          CONTINUE
          GOTO 300 !* no element found
      ENDIF

      CALL CNTWORD(INSTA,NBWRD,IEND)
      IELFIRS=0
      IF (NBWRD.LT.5) THEN
          READ (INSTA,*,ERR=100,END=100) NRINTR,(XX(1),I=1,DIMSTA)
      ELSE
          READ (INSTA,*,ERR=100,END=100) NRINTR,(XX(1),I=1,3),IELFIRS
      ENDIF
      DO 50 I=1,DIMSTA+1,3
50      XX(I)=0D0
          CALL VDIF(3,XX,XORIG,XGSTART)
          WRITE (OUTRA,1000) NRINTR
          CALL FNDELXL(IELFIRS,*200)
          RETURN
100     WRITE (OUTRA,1100)
          RETURN 1
200     WRITE (OUTRA,1200)
          RETURN 2
300     WRITE (OUTRA,1300)

```

```

RETURN 2

1000 FORMAT (//6X,'TRACK NO.',I5,
&          // 'ELEMENT K-CLASS NITOT   LENGTH [m] ',
&          '   TIME [y]   VELOCITY [m/y]',
&          '   CUM LEN [m]   CUM TIME [y]   MEAN VEL [m/y]')
1100 FORMAT ('--ERROR IN READING STARTING POINT FILE--')
1200 FORMAT ('---- ELEMENT AND POINT NOT FOUND----')
1300 FORMAT ('/---- ILLEGAL NODE NUMBER FOR STARTING POINT----')
C-----END FINDSTA-----
END

SUBROUTINE FNDELXL(IELFIRS,*)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

C-----COMMON BLANK_COM-----

PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

COMMON //  IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&          ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&          ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
C-----COMMON START_COM-----
INTEGER DIMSTA
LOGICAL RDNODE,KWNODE
COMMON /START/ NTRAJ,MAXSTEP,NRINTR,IELSTA,XGSTART(3),XLSTART(3)
&          ,DIMSTA,MXTRAJ
&          ,RDNODE,KWNODE,MXNODE,NBNODE
C-----END START_COM-----

PARAMETER (ERR=1.D-4,ERRQ=ERR**2,EPG=-1D0)
LOGICAL INS
DIMENSION DX(3),NAEX(4),XKR(3,27)

C --- GET NEAREST NODE TO GIVEN STARTING POINT

CALL VDIF(3,COOR(1,MNNIC),XGSTART,DX)
DSQMIN=VSCP(3,DX,DX)
NICMIN=MNNIC
DO 100 I=MNNIC+1,MXNIC
  IF (IDCOR(I).GT.0) THEN
    CALL VDIF(3,COOR(1,I),XGSTART,DX)
    DSQ=VSCP(3,DX,DX)
    IF (DSQ.LT.DSQMIN) THEN
      NICMIN=I
      DSQMIN=DSQ
    ENDIF
  ENDIF
100 CONTINUE

NEL=0
IF(IELFIRS.GT.0) THEN
  IELV(1)=INVELM(IELFIRS)
  IF(IELV(1).GT.0 .AND. IELV(1).LE.MXLM) NEL=1
ENDIF
C --- GET ELEMENTS WITH NEAREST POINT---

DO 300 J=1,MXLM
  DO 200 I=1,KRV(J)
    IF (NELC(I,J).EQ.NICMIN) THEN
      NEL=NEL+1
    
```



```

        IELV(NEL)=J
        GOTO 300
    ENDIF
200  CONTINUE
300  CONTINUE

C  --- SEARCHING LOCAL POINT IN THOSE ELEMENTS

    DO 400 I=1,NEL
        IEL=IELV(I)
        KR=KRV(IEL)
        N=NDIM(KR)
        CALL GETXKR(KR,COOR,NELC(1,IEL),XKR)
        CALL LSTART(KR,DX)
        CALL SEARCH(XGSTART,XLSTART,DX,KR,XKR
&                ,SIGN(MAXDIM,NARV(IEL)),EPSG,IERR)
        IF (IERR.NE.0) GOTO 400
        CALL IOTEST(DX,XLSTART,DX,KR,NAEX,NB,INS,.FALSE.,.TRUE.
&                ,.FALSE.,.FALSE.,.FALSE.,.O,O,IERR)
        IF (INS) THEN
            IELSTA=IEL
            RETURN
        ELSE
            CALL VDIF(N,DX,XLSTART,DX)
            IF (VSCP(N,DX,DX).LT.ERRQ) THEN
                IELSTA=IEL
                RETURN
            ENDIF
        ENDIF
    ENDIF
400  CONTINUE
    RETURN 1
C-----END FNDELXL-----
    END

    SUBROUTINE INITTRA(*,MESSAGE)

    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----

    PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

    COMMON //  IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&            ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&            ,XORBLK(3)
&            ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&            ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&            ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&            ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
    INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
    COMMON /TAPES/  INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&                ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
C-----COMMON START_COM-----
    INTEGER DIMSTA
    LOGICAL RDNODE,KWNODE
    COMMON /START/  NTRAJ,MAXSTEP,NRINTR,IELSTA,XGSTART(3),XLSTART(3)
&                ,DIMSTA,MXTRAJ
&                ,RDNODE,KWNODE,MXNODE,NBNODE
C-----END START_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----

    PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

    LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&            ,NEWDIM,BNDSINK

    INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

    COMMON /IBOUND/
&            FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB

```

```
& ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
& ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)
```

```
COMMON /LBOUND/
```

```
& BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
& ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
& ,BNDSSINK(MXBOUND)
```

```
COMMON /RBOUND/
```

```
& XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
& ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
& ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
& ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
& ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)
```

```
C-----END BOUND_COM-----
```

```
LOGICAL INS
CHARACTER*(*) MESSAGE
DIMENSION XO(3)
```

```
CALL VEQV(3,XGBND,XGSTART)
IPBND=0
IELPOS=1
IELBND(1)=IELSTA
KRBND(1)=KRV(IELSTA)
CALL VEQV(NDIM(KRBND(1)),XLBND,XLSTART)
PORBND(1)=PORV(NELP(IELSTA))
CALL GETPOT(KRBND(1),NELC(1,IELSTA),POT,HEADBND)
CALL GETPERM(PERA(1,NELP(IELSTA)),PERMBND)
CALL GETXKR(KRBND(1),COOR,NELC(1,IELSTA),XKRBND)
CALL VELOXT(IELSTA,XLBND,XKRBND,PERMBND
& ,PORBND(1),HEADBND,KRBND(1),NDIM(KRBND(1))
& ,QLBND,QGBND,FMBND,FMIBND
& ,IFAIL,'INITTRA')
IF (IFAIL.NE.0) GOTO 1000
```

```
C--- CHECK IF STARTING POINT LIES ON ELEMENT BOUNDARY
```

```
CALL LSTART(KRBND(1),XO)
CALL IOTEST(XO,XLBND,XLBND,KRBND(1),NAEXBND,NBOUND(1),INS
& ,.TRUE.,.TRUE.,.TRUE.,.TRUE.,.FALSE.,0,0,IOERR)
BNDDIM=MAX(NDIM(KRBND(1))-NBOUND(1),0)
IF (BNDDIM.LT.MAXDIM) THEN !* Starting point on boundary: get neighbours
  IF (BNDDIM.EQ.MAXDIM-1) THEN
    CALL CONELM !* 2D element face
  ELSE
    CALL ALLELM(*1100) !* element edge or corner
  ENDIF
  CALL NXTCOORD(*1200,IELFAIL,IDFAIL)
  CALL NXTVELO(IELFAIL,IDFAIL)
  CALL VELOTST(*1400)
  CALL MAXVELO
ELSE
  BNDFLOW(1)=.FALSE.
  FLOWDIM=(NDIM(KRV(IELSTA)))
  NEWDIM=.TRUE.
  LOWDIM=(FLOWDIM.LT.MAXDIM)
  CHKBND=.FALSE.
  ONESTEP=.FALSE.
ENDIF
RETURN
```

```
1000 WRITE (OUTRA,10000) IELBND(1),KRBND(1),(XLBND(I,1),I=1,3)
  WRITE (OUTAB,19001) NRINTR,0.,0.,0.,'Velocities of starting '//
& 'point not found'
  RETURN 1
1100 WRITE (OUTRA,11000)
  WRITE (OUTAB,19001) NRINTR,0.,0.,0.,'Too many elements '//
& 'for COMMON BOUND'
  RETURN 1
1200 WRITE (OUTRA,12000) IELM(IELFAIL),KRV(IELFAIL)
& ,(XLBND(I,IDFAIL),I=1,3)
  WRITE (OUTAB,19001) NRINTR,0.,0.,0.,'Local coordinates '//
& 'of starting point not found'
```

```

      RETURN 1
1300 WRITE (OUTRA,13000) IELM(IELFAIL),KRV(IELFAIL)
      &      ,(XLBND(I,IDFAIL),I=1,3)
      WRITE (OUTAB,19001) NRINTR,0.,0.,0.,'Velocities of starting '//
      &      'point not found'
      RETURN 1
1400 WRITE (OUTRA,14000)
      WRITE (OUTAB,19001) NRINTR,0.,0.,0.,'Starting point lies in '//
      &      'a corner node'
      RETURN 1
10000 FORMAT (///' Failure during INITTRA (VELOX) .'/
      &      ' Velocities of starting point not found.'/
      &      ' Element No      : ',I7/
      &      ' KR (El. Type)   : ',I7/
      &      ' at local point  : ',1P,3E15.5)
11000 FORMAT (///' Failure during INITTRA .'/
      &      ' Too many elements for COMMON BOUND')
12000 FORMAT (///' Failure during INITTRA (NXTCOORD) .'/
      &      ' local coordinates of starting point not found:.'/
      &      ' Element No      : ',I7/
      &      ' KR (El Type)    : ',I7/
      &      ' at local point  : ',1P,3E15.5)
13000 FORMAT (///' Failure during INITTRA (NXTVELO) .'/
      &      ' Velocities of starting point not found.'/
      &      ' Element No      : ',I7/
      &      ' KR (El. Type)   : ',I7/
      &      ' at local point  : ',1P,3E15.5)
14000 FORMAT (///' Starting point lies in a corner node.'/
      &      ' Flux points totally outside the elements')
19001 FORMAT (I5,1P,3E15.5,5X,A)
C-----END INITTRA-----
      END

```

```

SUBROUTINE TRAJECT(MESSAGE)

```

```

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      LOGICAL NEWELM,WROUT
      CHARACTER*132 MESSAGE
      DIMENSION XGFAIL(3),XG(3)

```

```

C-----COMMON BLANK_COM-----

```

```

      PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

      COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
      &      ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
      &      ,XORBLK(3)
      &      ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
      &      ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
      &      ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
      &      ,IELV(IV2)

```

```

C-----END BLANK_COM-----

```

```

C-----COMMON TAPES_COM-----

```

```

      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
      &      ,OUATD,OULVT,OUTAB

```

```

C-----END TAPES_COM-----

```

```

C-----COMMON START_COM-----

```

```

      INTEGER DIMSTA
      LOGICAL RDNODE,KWNODE
      COMMON /START/ NTRAJ,MAXSTEP,NRINTR,IELSTA,XGSTART(3),XLSTART(3)
      &      ,DIMSTA,MXTRAJ
      &      ,RDNODE,KWNODE,MXNODE,NBNODE

```

```

C-----END START_COM-----

```

```

C-----COMMON BOUND_COM-----

```

```

      PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

```

```

      LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
      &      ,NEWDIM,BNDSINK

```

```

      INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

```

```

COMMON /IBOUND/
&   FLOWDIM, NELMXFL, NFLOWIN(MXBOUND), NBOUND(MXBOUND), NNGHB
&   , IPBND, IELPOS, IELBND(MXBOUND), NAEXBND(MXNB, MXBOUND), BNDDIM
&   , KRBND(MXBOUND), NAEXP(MXBOUND)

```

```

COMMON /LBOUND/
&   BNDFLOW(MXBOUND), FLOWIN(MXBOUND)
&   , CHKBND, NEWDIM, LOWDIM, ONESTEP, OUTOFEL
&   , BNDINK(MXBOUND)

```

```

COMMON /RBOUND/
&   XGBND(3), XLBND(3, MXBOUND), QGBND(3, MXBOUND)
&   , QL2BND(3, MXBOUND), FMBND(9, MXBOUND), FMIBND(9, MXBOUND)
&   , XKRBND(3, 27, MXBOUND), PERMBND(3, 3, MXBOUND), PORBND(MXBOUND)
&   , HEADBND(27, MXBOUND), VLNBND(3, MXBOUND), VLTBND(3, MXBOUND)
&   , QL2BND(3, MXBOUND), QG2BND(3, MXBOUND), XL2BND(3, MXBOUND)

```

```

C-----END BOUND_COM-----
C-----COMMON STEP_COM-----

```

```

PARAMETER (MAXITER=100, DFSTEP=1D-1, SUBRA=5D-4
&   , SUBSTEP=2D0, NCHECK=10, DFDSR=1D-1
&   , DEFDIST=1D-2)

```

```

LOGICAL BNDMAX, KUTTA
COMMON /STEP/ NITTOT, TIMETOT, DISTTOT, NITELM, TIMEELM, DISTELM, DISTO
&   , XGSTEP(3), DXSTEP, DSSTEP, DISCRQ, NCHK, BNDMAX, KUTTA
&   , DISTMNG, XGODIST(3)

```

```

C-----END STEP_COM-----
COMMON /ORIGIN/ XORIG(3)

```

```

C-----COMMON ARRIVE_COM-----

```

```

PARAMETER (DEFRARR=1D0)
LOGICAL ATDSTR, ARRIVED
CHARACTER FIATD*256
COMMON /ARRIVE/ ATDSTR, XARRIVE(3), RARRIVE
&   , TARRIVE, DARRIVE, IARRIVE, FIATD, ARRIVED

```

```

C-----END ARRIVE_COM-----

```

```

C ----- STEPPING THROUGH ELEMENTS (MAX. NO. = MXELMTR) ---

```

```

NEWELM=.TRUE.
TIMEELM=ODO
DISTELM=ODO
NITTOT=0
TIMETOT=ODO
DISTTOT=ODO
IELOLD=0
CALL VEGV(3, XGSTEP, XGBND)
WRITE (OUPAT, '(''PATH'', !6)') NRINTR
WRITE (OULVT, '(''PATH'', !6)') NRINTR

```

```

C Initialize arrival time distr. parameters
IF (ATDSTR) THEN
  ARRIVED=.FALSE.
ENDIF

```

```

500 CONTINUE
ID=ICYLE(1PBND, IELPOS, MXBOUND)
NEWELM=(IELOLD.NE.IELBND(ID))
IF((NEWELM.OR.NEWDIM).AND.IELOLD.GT.0)
&   CALL WRELEM(IELM(IELOLD), NELP(IELOLD))
IF(NEWELM) IELOLD=IELBND(ID)

```

```

CALL STEP(IELOLD, MESSAGE)
IF (IFAIL.NE.0) GOTO 900

```

```

CALL NEXT(IELOLD, MESSAGE)
GOTO 500

```

```

C --- TRACK LEFT REGION OR STOPPED ---

```

```

900 CONTINUE

```

```

      CALL WRELEM(IELM(IELOLD),NELP(IELOLD))
      VELAVRT=ODO
      IF (TIMETOT.GT.ODO) VELAVRT=DISTTOT/TIMETOT
      WRITE (OUTRA,19000) DISTTOT,TIMETOT,VELAVRT,MESSAGE
      WRITE (OUTAB,19001) NRINTR,DISTTOT,TIMETOT,VELAVRT,MESSAGE
C ---Writing arrival time output
      IF (ATDSTR) THEN
        IF (.NOT.ARRIVED) THEN
          IARRIVE=0
          TARRIVE=TIMETOT
          DARRIVE=DISTTOT
        ENDIF
        WRITE(OUATD,20000) NRINTR,IARRIVE,(XGSTART(1)+XORIG(1),I=1,3)
        & ,TARRIVE,DARRIVE
      ENDIF

      RETURN

C --- FORMATS ---

19000 FORMAT (/13X,'TOTAL : ',1P,45X,3E15.5//A)
19001 FORMAT (15,1P,3E15.5,5X,A)
20000 FORMAT (14,8X,11,4X,1P,5(E12.5,3X))

C-----END TRAJECT-----
      END

```

```

      SUBROUTINE STEPELM(IFAIL,MESSAGE)
C-----
C      STEPPING THROUGH ONE ELEMENT
C
C      ERROR PARAMETER IFAIL
C      IFAIL = 0 : OKAY
C              = 10 : PARAMETER MAXITER EXHAUSTED
C              = 20 : FLUX IS ZERO
C              = 30 : ERROR IN SUBR. RUNGE
C              = 40 : ERROR IN SUBR. VELOX
C              = 50 : TRACK CONCENTRATES WITHIN SMALL REGION
C              = 60 : TRACK OSCILLATING
C-----

```

```

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (YEAR=3.15576D7)

```

```

C-----COMMON BLANK_COM-----

```

```

      PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

      COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
& ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
& ,XORBLK(3)
& ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
& ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
& ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
& ,IELV(IV2)

```

```

C-----END BLANK_COM-----

```

```

C-----COMMON BOUND_COM-----

```

```

      PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

      LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
& ,NEWDIM,BNDSINK

      INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

      COMMON /IBOUND/
& FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
& ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
& ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

      COMMON /LBOUND/
& BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)

```

```

& ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
& ,BNDSINK(MXBOUND)

COMMON /RBOUND/
& ,XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
& ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
& ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
& ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
& ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----
C-----COMMON STEP_COM-----

PARAMETER (MAXITER=100,DFSTEP=1D-1,SUBRA=5D-4
& ,SUBSTEP=2D0,NCHECK=10,DFDSCR=1D-1
& ,DEFDIST=1D-2)

LOGICAL BNDMAX,KUTTA
COMMON /STEP/ NITTOT,TIMETOT,DISTTOT,NITELM,TIMEELM,DISTELM,DISTO
& ,XGSTEP(3),DXSTEP,DSSTEP,DISCRQ,NCHK,BNDMAX,KUTTA
& ,DISTMNQ,XGODIST(3)
C-----END STEP_COM-----
C-----COMMON START_COM-----
INTEGER DIMSTA
LOGICAL RDNODE,KWNODE
COMMON /START/ NTRAJ,MAXSTEP,NRINTR,IELSTA,XGSTART(3),XLSTART(3)
& ,DIMSTA,MXTRAJ
& ,RDNODE,KWNODE,MXNODE,NBNODE
C-----END START_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
& ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
COMMON /ORIGIN/ XORIG(3)

C-----COMMON ARRIVE_COM-----
PARAMETER (DEFRARR=1D0)
LOGICAL ATDSTR,ARRIVED
CHARACTER FIATD*256
COMMON /ARRIVE/ ATDSTR,XARRIVE(3),RARRIVE
& ,TARRIVE,DARRIVE,IARRIVE,FIATD,ARRIVED
C-----END ARRIVE_COM-----

LOGICAL INS,HALT,WROUT,MOVED
CHARACTER*(*) MESSAGE
DIMENSION XL(3),XG(3),QL(3),QG(3),XLNEW(3),XGNEW(3),DXG(3),DXL(3)

C----- INITIAL VALUES -----

C -- Value of DSSTEP is changed (finer) if RUNGE is not used
INS=.TRUE.
HALT=.FALSE.
ID=ICYCLE(IPBND,IELPOS,MXBOUND)
IEL=IELBND(ID)
KR=KRBND(ID)
DSSTEPL=STSIZE(KR)
IF (BNDFLOW(ID)) DSSTEPL=DSSTEPL/SUBSTEP
N=NDIM(KR)
DT=ODO
DS=ODO
CALL VEQV(3,XG,XGBND)
CALL VEQV(N,XL,XLBND(1,ID))
CALL VEQV(N,QL,QLBND(1,ID))
CALL VEQV(3,QG,QGBND(1,ID))
TIMELOG=ODO
IF (TIMETOT.GT.ODO) TIMELOG=LOG10(TIMETOT)
ICOLOR=NELP(IEL)
ICOLOR=ICOLOR-MOD(ICOLOR,10)
IF (ICOLOR.GT.200) ICOLOR=ICOLOR-MOD(ICOLOR,200)

C----- BEGIN OF STEP-ITERATION -----

DO 1000 NIT=2,MAXITER+1

```

```

C Check distance if output should be written
CALL CHKDIST(NITTOT,DISTMNO,XGODIST,XG,WROUT,MOVED)
IF (MOVED) NITTOT=NITTOT+1
WROUT=(WROUT.OR..NOT.INS)
IF (WROUT.AND.MOVED) THEN
  WRITE (OUPAT,'(I4,3(3X,F12.3),I5)')
&   NITTOT,(XG(I)+XORIG(I),I=1,3),ICOLOR
  WRITE (OULVT,'(I4,1P,3(3X,E12.5),I5)')
&   NITTOT,DISTTOT,TIMETOT,TIMELOG,ICOLOR
  CALL VEQV(3,XGODIST,XG)
ENDIF

IF (NITTOT.GT.MAXSTEP) GOTO 1600
CALL CHKSTOP(XG,*1500,*1700)

C --Check if particle arrived at specified location
IF (ATDSTR)
&   CALL CHKARR(XG,DS,DT)

IF (HALT) THEN
  CALL VEQV(3,XGBND,XG)
  CALL VEQV(3,QGBND(1,ID),QG)
  CALL VEQV(N,XLBND(1,ID),XL)
  CALL VEQV(N,QLBND(1,ID),QL)
  IFAIL=0
  OUTOFEL=.NOT.INS
  RETURN
ENDIF
IF (NIT.GT.MAXITER) GOTO 1100
C----- CALCULATING NEW POINT -----

QLABS=VABS(N,QL)
IF (.NOT.(QLABS.GT.0.)) GOTO 1200
DT=DSSTEPL/QLABS
IF (.NOT.BNDFLOW(ID).AND.KUTTA) THEN
  CALL RUNGE(IEL,XL,DT,QL,QG,XKRBND(1,1,ID),PERMBND(1,1,ID)
&   ,PORBND(ID),HEADBND(1,ID),KR,N,IERR)
  IF (IERR.NE.0) GOTO 1300
ENDIF

DO 100 I=1,N
100  XLNEW(I)=XL(I)+QL(I)*DT

C --- I/O TEST ; GLOBAL VALUES ; NEW VELOCITIES ---

CALL IOTEST(XL,XLNEW,XLNEW,KR,NAEXBND(1,ID),NBOUND(ID)
&   ,INS,.TRUE.,.TRUE.,.TRUE.,CHKBND,BNDFLOW(ID)
&   ,FLOWDIM,NAEXP(ID),IERR)

HALT=((.NOT.INS).OR.ONESTEP)

CALL VELOTXT(IEL,XLNEW,XKRBND(1,1,ID),PERMBND(1,1,ID)
&   ,PORBND(ID),HEADBND(1,ID),KR,N,QL,QG,FMBND(1,ID)
&   ,FMIBND(1,ID),IERR,'STEPMLM')
IF (IERR.NE.0) GOTO 1400

CALL SHAPEV(XLNEW,XGNEW,XKRBND(1,1,ID),KR)
CALL VDIF(3,XGNEW,XG,DXG)
DS=VABS(3,DXG)
IF (.NOT.INS) THEN
  CALL VDIF(N,XLNEW,XL,DXL)
  DT=(VABS(N,DXL)/QLABS)
ENDIF
CALL VEQV(N,XL,XLNEW)
CALL VEQV(3,XG,XGNEW)

NITELM=NIT
TIMEELM=TIMEELM+DT/YEAR
DISTELM=DISTELM+DS
DISTTOT=DISTTOT+DS
TIMETOT=TIMETOT+DT/YEAR
TIMELOG=0D0
IF (TIMETOT.GT.0D0) TIMELOG=LOG10(TIMETOT)

```

```

1000 CONTINUE

C Error messages
1100 IFAIL=10
    WRITE(MESSAGE,'(A)')
    & 'ERROR (STEP_ELM): Too many steps for this element'
    RETURN
1200 IFAIL=20
    WRITE(MESSAGE,'(A)')
    & 'Track stopped (FLUX IS ZERO)'
    RETURN
1300 IFAIL=30
    WRITE(MESSAGE,'(A)')
    & 'ERROR (STEP_ELM): Failure from subroutine RUNGE'
    RETURN
1400 IFAIL=40
    WRITE(MESSAGE,'(A)')
    & 'ERROR (STEP_ELM): Failure from subroutine VELOX'
    RETURN
1500 IFAIL=50
    WRITE(MESSAGE,'(A)')
    & 'Track concentrates within small region'
    RETURN
1600 IFAIL=60
    WRITE(MESSAGE,'(A)') 'Limit of maximum steps reached'
    RETURN
1700 IFAIL=70
    WRITE(MESSAGE,'(A)')
    & 'Track oscillating'
    RETURN
C-----END STEP_ELM-----
    END

```

```

FUNCTION STSIZE(KR)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON STEP_COM-----

  PARAMETER (MAXITER=100,DFSTEP=1D-1,SUBRA=5D-4
    &          ,SUBSTEP=2D0,NCHECK=10,DFDSCR=1D-1
    &          ,DEFDIST=1D-2)

  LOGICAL BNDMAX,KUTTA
  COMMON /STEP/ NITTOT,TIMETOT,DISTTOT,NITELM,TIMEELM,DISTELM,DISTO
    &           ,XGSTEP(3),DXSTEP,DSSTEP,DISCRQ,NCHK,BNDMAX,KUTTA
    &           ,DSTMNQ,XGODIST(3)
C-----END STEP_COM-----
  STSIZE=DSSTEP
  IF(KR.EQ.6 .OR. KR.EQ.10 .OR. KR.EQ.15) STSIZE=5D-1*DSSTEP
  RETURN
C-----END STSIZE-----
  END

```

```

SUBROUTINE CHKSTOP(XG,*,*)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON STEP_COM-----

  PARAMETER (MAXITER=100,DFSTEP=1D-1,SUBRA=5D-4
    &          ,SUBSTEP=2D0,NCHECK=10,DFDSCR=1D-1
    &          ,DEFDIST=1D-2)

  LOGICAL BNDMAX,KUTTA
  COMMON /STEP/ NITTOT,TIMETOT,DISTTOT,NITELM,TIMEELM,DISTELM,DISTO
    &           ,XGSTEP(3),DXSTEP,DSSTEP,DISCRQ,NCHK,BNDMAX,KUTTA
    &           ,DSTMNQ,XGODIST(3)
C-----END STEP_COM-----
  DIMENSION DX(3),XG(3)

  IF(NITTOT.LE.1) THEN
    NCHK=0
    CALL VEQV(3,XGSTEP,XG)

```



```

        DISTO=DISTTOT
        RETURN
    ENDIF

    NCHK=NCHK+1
    IF(NCHK.LT.NCHECK) RETURN

    CALL VDIF(3,XGSTEP,XG,DX)
    DELTASQ=(0.3*(DISTTOT-DISTO))**2
    DXQ=VSCP(3,DX,DX)
    IF (DXQ.LT.DELTASQ) RETURN 2    !* Oscillation
    IF (DXQ.LT.DISCRQ) RETURN 1    !* Concentration in small region
    IF(NCHK.GT.NCHECK) THEN
        CALL VEQV(3,XGSTEP,XG)
        DISTO=DISTTOT
        NCHK=0
    ENDIF

    RETURN
C-----END CHKSTOP-----
    END

```

```

SUBROUTINE CHKDIST(NITTOT,DISTQ,XOLD,XNEW,GREATER,MOVED)

    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

    PARAMETER (DXQMOVE=1D-7)
    LOGICAL GREATER,MOVED

    DIMENSION XOLD(3),XNEW(3),DX(3)

    IF (NITTOT.GT.1) THEN
        CALL VDIF(3,XNEW,XOLD,DX)
        DXQ=VSCP(3,DX,DX)
        GREATER=(DXQ.GT.DISTQ)
        MOVED=(DXQ.GT.DXQMOVE)
    ELSE
        MOVED=.TRUE.
        GREATER=.TRUE.
    ENDIF

    RETURN
C-----END CHKDIST-----
    END

```

```

SUBROUTINE CHKARR(XG,DELM,TELM)

    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

C-----COMMON ARRIVE_COM-----
    PARAMETER (DEFRARR=1D0)
    LOGICAL ATDSTR,ARRIVED
    CHARACTER FIATD*256
    COMMON /ARRIVE/ ATDSTR,XARRIVE(3),RARRIVE
    & ,TARRIVE,DARRIVE,IARRIVE,FIATD,ARRIVED
C-----END ARRIVE_COM-----
C-----COMMON STEP_COM-----

    PARAMETER (MAXITER=100,DFSTEP=1D-1,SUBRA=5D-4
    & ,SUBSTEP=2D0,NCHECK=10,DFDSCR=1D-1
    & ,DEFDIST=1D-2)

    LOGICAL BNDMAX,KUTTA
    COMMON /STEP/ NITTOT,TIMETOT,DISTTOT,NITELM,TIMEELM,DISTELM,DISTO
    & ,XGSTEP(3),DXSTEP,DSSTEP,DISCRQ,NCHK,BNDMAX,KUTTA
    & ,DISTMNQ,XGODIST(3)
C-----END STEP_COM-----

    DIMENSION XG(3),DX(3)

    IF (ARRIVED) RETURN

```

```

CALL VDIF(3,XG,XARRIVE,DX)
ARRIVED=(VSCP(3,DX,DX).LT.RARRIVE)
IF (.NOT.ARRIVED) RETURN
IARRIVE=1
TARRIVE=TIMETOT+TELM
DARRIVE=DISTTOT+DELM
RETURN
C-----END CHKARR-----
END

SUBROUTINE WRELEM(IELM,NELP)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON TAPES_COM-----
INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
COMMON /TAPES/ IELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
& ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----
PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)
LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
& ,NEWDIM,BNDSINK
INTEGER FLOWDIM,BNDDIM
COMMON /IBOUND/
& FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
& ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
& ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)
COMMON /LBOUND/
& BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
& ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
& ,BNDSINK(MXBOUND)
COMMON /RBOUND/
& XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
& ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
& ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
& ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
& ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)
C-----END BOUND_COM-----
C-----COMMON STEP_COM-----
PARAMETER (MAXITER=100,DFSTEP=1D-1,SUBRA=5D-4
& ,SUBSTEP=2D0,NCHECK=10,DFDSCR=1D-1
& ,DEFDIST=1D-2)
LOGICAL BNDMAX,KUTTA
COMMON /STEP/ NITTOT,TIMETOT,DISTTOT,NITELM,TIMEELM,DISTELM,DISTO
& ,XGSTEP(3),DXSTEP,DSSTEP,DISCRQ,NCHK,BNDMAX,KUTTA
& ,DISTMNQ,XGODIST(3)
C-----END STEP_COM-----
CHARACTER*50 FMT(3)
DATA FMT(3)(1:15) /'(317,1P,6E15.5)'/
& ,FMT(2)(1:14) /'(317,1P,6E15.5)'/
& ,FMT(2)(15:37) /'.5X, '(** 2D TRACK **)'.'/
& ,FMT(1)(1:14) /'(317,1P,6E15.5)'/
& ,FMT(1)(15:37) /'.5X, '(** 1D TRACK **)'.'/
VELAVR=ODO
VELMEAN=ODO
IF (TIMEELM.GT.ODO) VELAVR=DISTELM/TIMEELM
IF (TIMETOT.GT.ODO) VELMEAN=DISTTOT/TIMETOT
WRITE (OUTRA,FMT(FLOWDIM)) IELM,NELP,NITTOT,DISTELM
& ,TIMEELM,VELAVR,DISTTOT,TIMETOT,VELMEAN

```

```

      TIMEELM=ODO
      DISTELM=ODO

      RETURN
C-----END WRELEM-----
      END

```

```

      SUBROUTINE IOTEST(X1,X2,XE,KR,NAEX,NBOUND,INS,EXA,EXC,BNDXE
&
      ,BNDX2,BNDFLOW,FLOWDIM,NAEXP,IERR)
C-----IOTEST-----
C      --VARIABLES--
C
C      X2 :      NEW LOCAL COORDINATES
C      X1 :      OLD L. C.
C      L1,L2 :   AAREA (VOLUME-)COORDINATES
C      XE :      L. C. OF LEAVING POINT
C      DX :      DIFFERENCE X2-X1
C      DL :      "      L2-L1
C      FAC :     FACTOR SUCH THAT X1+FAC*DX=SIGNUM(DX)
C      KR :     NUMBER OF NODES (ELEMENTTYPE)
C      NAEX :    NUMBER OF AREA (SEE FOR CONVENTION)
C      INS :    LOGICAL PARAMETER
C      FALSE   : POINT IS OUTSIDE
C      TRUE    : POINT IS INSIDE
C      EXA:     LOGICAL
C      ---- TRUE :CALCULATING LEAVING AREA
C      FALSE   :ONLY I/O-TEST
C
C      EXC:
C      ---- TRUE :CALCULATING LEAVING COORDINATES
C      FALSE   :OPPOSITE
C      BNDXE:
C      ---- TRUE :CHECKING BOUNDARIES OF XE
C      FALSE   :OPPOSITE
C      BNDX2:
C      ---- TRUE :CHECKING BOUNDARIES OF X2
C      FALSE   :OPPOSITE
C      BNDFLOW :
C      ---- TRUE :STEP ALONG BOUNDARY (INSIDE FOR THIS BOUNDARY)
C
C      FLOWDIM :      DIMENSION OF BOUNDARY ALONG WHICH THE STEP WAS MADE
C      -----
C      NAEXP :      UNIQUE NUMBER THAT REPRESENTS THE FLOW BOUNDARIES
C      -----
C      IERR:
C      ---- 0      :OKAY
C      10      :INVALID ELEMENTTYPE (i.e.KR UNKNOWN)
C      20      :X1 IS OUTSIDE THE ELEMENT (LEAVING COORDINATES
C      ARE CALCULATED WITH LSTART(=MCP)
C-----
C      TEST OF WETHER A POINT IS INSIDE OR OUTSIDE OF AN ELEMENT
C      CALCULATION OF THE EXIT AREA
C      CALCULATION OF THE LEAVING POINT
C      CHECKING IF THE LEAVING POINT LIES ON MORE BOUNDARIES
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      REAL*8 L1(6),L2(6),LE(6)
      INTEGER FLOWDIM

      DIMENSION X1(*),X2(*),XE(*),NAEX(*),XLO(3),NAEXDUM(2)
      LOGICAL INS,EXA,EXC,BNDX2,BNDXE,INS2(6),INS1(6),KRTEST,ANDV
&
      ,GOON,BNDFLOW

      IF (.NOT.KRTEST(KR)) THEN
        IERR=10
        RETURN
      ENDIF
      IERR=0
      NA=NUMAREA(KR)
C      --- INSIDE/OUTSIDE ---

```

```

      CALL VOLCOR(KR,X2,L2,.TRUE.)
      DO 100 I=1,NA
100  INS2(I)=(L2(I).GE.0D0)

C Point is inside if step was made along a boundary
  IF (BNDFLOW) THEN
    NB=NDIM(KR)-FLOWDIM
    IF (NB.EQ.1) THEN
      NAEXDUM(1)=NAEXP
    ELSE
      NAEXDUM(1)=NAEXP/10
      NAEXDUM(2)=MOD(NAEXP,10)
    ENDIF
    DO 150 I=1,NB
150  INS2(NAEXDUM(I))=.TRUE.
  ENDIF

  INS=ANDV(NA,INS2)
  GOON=(((.NOT.INS).AND.(EXA.OR.EXC)).OR.BNDX2)
  IF (.NOT.GOON) RETURN

C --- EXITING AREA ---

  CALL VOLCOR(KR,X1,L1,.TRUE.)
  DO 200 I=1,NA
200  INS1(I)=(L1(I).GE.0D0)
  IF (.NOT.ANDV(NA,INS1)) THEN
    IERR=20
    CALL LSTART(KR,XL0)
    CALL VOLCOR(KR,XL0,L1,.TRUE.)
  ENDIF

  IF (INS) THEN
    CALL VEQV(6,LE,L2)
    NAEX(1)=0
  ELSE
    CALL EXAREA(NA,INS2,L1,L2,LE,NAEX(1),EXC)
    IF (EXC) CALL VOLCOR(KR,XE,LE,.FALSE.)
  ENDIF
  GOON=(BNDXE.OR.BNDX2)
  IF (.NOT.GOON) RETURN

C --- CHECK BOUNDS OF LEAVING POINT ---

  CALL BNDTEST(KR,NA,LE,NAEX,NBOUND)

  RETURN
C-----END IOTEST-----
  END

```

```

SUBROUTINE VOLCOR(KR,X,L,XTOL)

  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  REAL*8 L(6),X(*)

  LOGICAL XTOL

  IF (KR.EQ.3)          GOTO 100
  IF (KR.EQ.6)          GOTO 200
  IF (KR.EQ.8.OR.KR.EQ.9) GOTO 300
  IF (KR.EQ.10)         GOTO 400
  IF (KR.EQ.13.OR.KR.EQ.14) GOTO 500
  IF (KR.EQ.15.OR.KR.EQ.18) GOTO 600
  IF (KR.EQ.20.OR.KR.EQ.27) GOTO 700
  RETURN

100 CONTINUE
C ----- KR = 3 -----
  IF (XTOL) THEN
    L(1)=1D0+X(1)
    L(2)=1D0-X(1)
    DO 110 I=3,6
110  L(I)=0D0

```

```

ELSE
  X(1)=L(1)-1D0
ENDIF
RETURN

200 CONTINUE
C ----- KR = 6 -----
  IF (XTOL) THEN
    L(2)=X(1)
    L(3)=X(2)
    L(1)=1D0-L(2)-L(3)
    DO 210 I=4,6
210   L(I)=0D0
  ELSE
    X(1)=L(2)
    X(2)=L(3)
  ENDIF
RETURN

300 CONTINUE
C ----- KR = 8/9 -----
  IF (XTOL) THEN
    L(1)=1D0+X(2)
    L(2)=1D0-X(1)
    L(3)=1D0-X(2)
    L(4)=1D0+X(1)
    DO 310 I=5,6
310   L(I)=0D0
  ELSE
    X(1)=1D0-L(2)
    X(2)=1D0-L(3)
  ENDIF
RETURN

400 CONTINUE
C ----- KR = 10 -----
  IF (XTOL) THEN
    L(1)=X(3)
    L(2)=1D0-X(1)-X(2)-X(3)
    L(3)=X(1)
    L(4)=X(2)
  ELSE
    X(1)=L(3)
    X(2)=L(4)
    X(3)=L(1)
  ENDIF
RETURN

500 CONTINUE

C ----- KR = 13/14 -----
  IF (XTOL) THEN
    L(1)=X(3)+1D0
    L(2)=1D0+X(2)
    L(3)=1D0-X(1)
    L(4)=1D0-X(2)
    L(5)=1D0+X(1)
  ELSE
    X(3)=L(1)-1D0
    X(1)=1D0-L(3)
    X(2)=L(2)-1D0
  ENDIF
RETURN

C ----- KR = 13/14 -----
C   IF (XTOL) THEN
C     L(1)=X(3)+1D0
C     L(2)=X(2)+1D0
C     L(3)=-X(1)-X(3)
C     L(4)=-X(2)-X(3)
C     L(5)=1D0+X(1)
C   ELSE
C     X(3)=L(1)-1D0
C     X(1)=-L(3)-X(3)
C     X(2)=L(2)-1D0

```

```
C      ENDIF
C      RETURN
```

```
600 CONTINUE
```

```
C ----- KR = 15/18 -----
      IF (XTOL) THEN
        L(1)=1D0+X(3)
        L(2)=1D0-X(3)
        L(3)=1D0-X(1)-X(2)
        L(4)=X(1)
        L(5)=X(2)
      ELSE
        X(1)=L(4)
        X(2)=L(5)
        X(3)=1D0-L(2)
      ENDIF
      RETURN
```

```
700 CONTINUE
```

```
C ----- KR = 20/27 -----
      IF (XTOL) THEN
        L(1)=1D0-X(1)
        L(2)=1D0+X(1)
        L(3)=1D0-X(2)
        L(4)=1D0+X(2)
        L(5)=1D0-X(3)
        L(6)=1D0+X(3)
      ELSE
        X(1)=1D0-L(1)
        X(2)=1D0-L(3)
        X(3)=1D0-L(5)
      ENDIF
      RETURN
```

```
C-----END VOLCOR-----
      END
```

```
SUBROUTINE EXAREA(NA,INS2,L1,L2,LE,NAEX,EXC)
```

```
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  REAL*8 L1(*),L2(*),LE(*),DL(6),FACT(6)
```

```
  LOGICAL INS2(*),EXC
```

```
  FACTMN=1.D20
```

```
  NAEX=0
```

```
  DO 100 I=1,NA
```

```
    DL(I)=L2(I)-L1(I)
```

```
    IF (.NOT.INS2(I).AND.((DL(I).GT.ODO).OR.(DL(I).LT.ODO))) THEN
```

```
      FACT(I)=-L1(I)/DL(I)
```

```
      IF (FACT(I).LT.FACTMN) THEN
```

```
        FACTMN=FACT(I)
```

```
        NAEX=I
```

```
      ENDIF
```

```
    ENDIF
```

```
  100 CONTINUE
```

```
  IF (NAEX.EQ.0)
```

```
  & CALL ABORT('CALCULATION OF LEAVING COORDINATES FAILED DURING '//
  & 'CALL OF SUBROUTINE EXAREA (TEL. 01/2565105)')
```

```
  IF (.NOT.EXC) RETURN
```

```
  DO 200 I=1,NA
```

```
    LE(I)=L1(I)+FACTMN*DL(I)
```

```
    IF (LE(I).LT.ODO) LE(I)=ODO
```

```
  200 CONTINUE
```

```
  LE(NAEX)=ODO
```

```
  RETURN
```

```
C-----END EXAREA-----
      END
```

```

SUBROUTINE BNDTEST(KR,NA,LE,NAEX,NBOUND)

  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  PARAMETER (EPS=1D-5)
  REAL*8 LE(*)
  DIMENSION NAEX(*)

  IF (NAEX(1).EQ.0) THEN
    NBOUND=0
  ELSE
    NBOUND=1
  ENDIF

  DO 100 I=1,NA
    IF (I.EQ.NAEX(1)) GOTO 100
    IF (LE(I).LT.EPS) THEN
      NBOUND=NBOUND+1
      NAEX(NBOUND)=I
    ENDIF
  100 CONTINUE
  CALL ISORT(NBOUND,NAEX,NAEX)

C -- PYRAMID HANDLING --
  IF ((NBOUND.EQ.3).AND.(KR.EQ.13.OR.KR.EQ.14)
& .AND.(NAEX(1).NE.1)) THEN
    NBOUND=4
    DO 200 I=1,4
  200 NAEX(I)=I+1
  ENDIF

  DO 300 I=NBOUND+1,4
  300 NAEX(I)=100

  RETURN
C-----END BNDTEST-----
  END

SUBROUTINE NEXTELM(*,MESSAGE)
C-----
C  GET NEXT ELEMENT (RETURN 1 IF NONE)
C-----
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----

  PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

  COMMON //  IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&           ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&           ,XORBLK(3)
&           ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&           ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&           ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&           ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----

  PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

  LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&         ,NEWDIM,BNDSINK

  INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

  COMMON /IBOUND/
&         FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&         ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&         ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

  COMMON /LBOUND/
&         BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&         ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL

```

```

& ,BNDSINK(MXBOUND)

COMMON /RBOUND/
& XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
& ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
& ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
& ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
& ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----
CHARACTER*(*) MESSAGE

C NEW NEIGHBOURS IF BOUNDARY WAS CHECKED (IN SUBR. IOTEST)

ID=ICYCLE(IPBND,IELPOS,MXBOUND)
BNDDIM=MAX(NDIM(KRBND(ID))-NBOUND(ID),0)
IF (OUTOFEL.OR.CHKBND) THEN

C check boundaries for pinch sided element
IF (NARV(IELBND(ID)).LT.0)
& CALL CHKPNCH(ID)

IF (BNDDIM.EQ.MAXDIM-1) THEN
CALL CONELM !* 1 boundary --> ICON
ELSE
CALL ALLELM(*1000) !* (>1) boundary --> all elements
ENDIF
CALL CHKOUTS(*1100)
ENDIF

CALL NXTCOORD(*1200,IEL,ID)
CALL NXTVELO(IEL,ID)
CALL VELOTST(*1400)
CALL MAXVELO
RETURN

C ----- NEXT ELEMENT NOT FOUND -----

1000 MESSAGE='-- ERROR --. Too many elements for COMMON BOUND'
RETURN 1
1100 MESSAGE='Track left region normally'
RETURN 1
1200 WRITE(MESSAGE,'(A,15,A,12,A)')
& 'ERROR (NXTCOORD): local entry point not found for element ',
& IELM(IEL),' (KR=',KRV(IEL),')'
RETURN 1
1300 MESSAGE='ERROR (NXTVELO): next entry point not found'
IELFAIL=IEL
IDFAIL=ID
RETURN 1
1400 MESSAGE='Track ends in corner node'
RETURN 1

C-----END NEXTELM-----
END

SUBROUTINE CHKPNCH(ID)
C -----
C Check boundaries for pinch sided elements,since the local coordinates
C may differ from boundary values.
C Therefore you have to check in all cases the corners.If a boundary is found
C the right combination of NAEX(1).. NAEX(NBOUND) must be placed.
C -----
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----

PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

COMMON // IDCOR(IV1),COORD(3,IV1),POT(IV1)
& ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
& ,XORBLK(3)
& ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
& ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)

```



```

&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

```

```

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----

```

```

PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

```

```

LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&          ,NEWDIM,BNDSINK

```

```

INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

```

```

COMMON /IBOUND/

```

```

&          FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&          ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&          ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

```

```

COMMON /LBOUND/

```

```

&          BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&          ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&          ,BNDSINK(MXBOUND)

```

```

COMMON /RBOUND/

```

```

&          XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&          ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&          ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&          ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
&          ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)

```

```

C-----END BOUND_COM-----

```

```

C-----COMMON TAPES_COM-----

```

```

INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB

```

```

COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&          ,OUATD,OULVT,OUTAB

```

```

C-----END TAPES_COM-----

```

```

PARAMETER (EPSILON=1D-4,EPSLQ=EPSILON**2)

```

```

INTEGER CORNER,EDGENOD

```

```

DIMENSION XL(3),XG(3),NODES(9),CORNER(0:4),MIDSIDE(4)
&          ,DXG(3),XGEDGE(3,3),EDGENOD(3,4),XLO(3)

```

```

DATA CORNER(0) /0/ !* is made to check easily equality of corners

```

```

KR=KRBND(ID)
N=NDIM(KR)
CALL VEQV(N,XL,XLBND(1,ID))
CALL VEQV(3,XG,XGBND)

```

```

C get one boundary face and corresponding nodes

```

```

NAEX=NAEXBND(1,ID)
CALL FACENOD(KR,NAEX,NODES,NPERFAC)
NODES(NPERFAC+1)=NODES(1) !* is made to get easily the edges

```

```

C get corners and midsides and edges

```

```

NEDG=(NPERFAC+1)/2
DO 100 I=1,NEDG
  IC=2*I-1
  IM=2*I
  CORNER(I)=NODES(IC)
  MIDSIDE(I)=NODES(IM)
  DO 99 J=1,3
    EDGENOD(J,I)=NODES(IC+J-1)
99 CONTINUE
100 CONTINUE

```

```

C get global error out of EPSILON

```

```

DXGQ=-1D0
DO 200 I=2,KR
  CALL VDIF(3,XKRBND(1,1,ID),XKRBND(1,1,ID),DXG)
  DXGQ=MAX(DXGQ,VSCP(3,DXG,DXG))
200 CONTINUE

```

```

EPSG=SQRT(DXGQ)*EPSILON
EPSGQ=DXGQ*EPSLQ

```



```

&          0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0/  !* dummy face 6

DATA ((NNODES (I,J,3),I=1,8),J=1,6)
&          / 1, 2, 3, 0, 0, 0, 0, 0,  !* rectangle face 1
&          3, 4, 5, 0, 0, 0, 0, 0,  !* rectangle face 2
&          5, 6, 7, 0, 0, 0, 0, 0,  !* rectangle face 3
&          7, 8, 1, 0, 0, 0, 0, 0,  !* rectangle face 4
&          1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,  !* rectangle face 5
&          1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8/  !* rectangle face 6

DATA ((NNODES (I,J,4),I=1,8),J=1,6)
&          / 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 0,  !* tetra face 1
&          1, 2, 3, 8,10, 7, 0, 0,  !* tetra face 2
&          3, 4, 5, 9,10, 8, 0, 0,  !* tetra face 3
&          5, 6, 1, 7,10, 9, 0, 0,  !* tetra face 4
&          0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,  !* dummy face 5
&          0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0/  !* dummy face 6

DATA ((NNODES (I,J,5),I=1,8),J=1,6)
&          / 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,  !* pyram face 1
&          1, 2, 3,10,13, 9, 0, 0,  !* pyram face 2
&          3, 4, 5,11,13,10, 0, 0,  !* pyram face 3
&          5, 6, 7,12,13,11, 0, 0,  !* pyram face 4
&          7, 8, 1, 9,13,12, 0, 0,  !* pyram face 5
&          0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0/  !* dummy face 6

DATA ((NNODES (I,J,6),I=1,8),J=1,6)
&          / 1, 2, 3, 4, 5, 6, 0, 0,  !* prism face 1
&          10,11,12,13,14,15, 0, 0,  !* prism face 2
&          1, 2, 3, 8,12,11,10, 7,  !* prism face 3
&          3, 4, 5, 9,14,13,12, 8,  !* prism face 4
&          5, 9,14,15,10, 7, 1, 6,  !* prism face 5
&          0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0/  !* dummy face 6

DATA ((NNODES (I,J,7),I=1,8),J=1,6)
&          / 3, 4, 5,11,17,16,15,10,  !* brick face 1
&          1, 8, 7,12,19,20,13, 9,  !* brick face 2
&          5, 6, 7,12,19,18,17,11,  !* brick face 3
&          1, 2, 3,10,15,14,13, 9,  !* brick face 4
&          13,14,15,16,17,18,19,20,  !* brick face 5
&          1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8/  !* brick face 6

DATA (NPERFAC(I,1),I=1,6) /1,1,3,0,0,0/
DATA (NPERFAC(I,2),I=1,6) /3,3,3,6,6,0/
DATA (NPERFAC(I,3),I=1,6) /3,3,3,3,8,8/
DATA (NPERFAC(I,4),I=1,6) /6,6,6,6,0,0/
DATA (NPERFAC(I,5),I=1,6) /8,6,6,6,6,0/
DATA (NPERFAC(I,6),I=1,6) /6,6,8,8,8,0/
DATA (NPERFAC(I,7),I=1,6) /8,8,8,8,8,8/

IF (NAEX.GE.1.AND.NAEX.LE.8.AND.ITYPE(KR).GT.0) THEN
  IELTYPE=ITYPE(KR)
  CALL IVEQV(8,NODES,NNODES(1,NAEX,IELTYPE))
  NEDGE=NPERFAC(NAEX,IELTYPE)
ENDIF
RETURN
C-----END FACENOD-----
END

SUBROUTINE CONELM
C-----
C   GET ELEMENTS CONNECTED THROUGH ICON
C-----
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----

  PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

  COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&          ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)

```

```

&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----

      PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

      LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&          ,NEWDIM,BNDSINK

      INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

      COMMON /IBOUND/
&          FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&          ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&          ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

      COMMON /LBOUND/
&          BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&          ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&          ,BNDSINK(MXBOUND)

      COMMON /RBOUND/
&          XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&          ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&          ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&          ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
&          ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----

      LOGICAL BORD
      DIMENSION ID(3),IEL(3),KR(3),ND(3),NAEX(3)

C   Initial values
      ID(1)=ICYCLE(IPBND,IELPOS,MXBOUND)
      IEL(1)=IELBND(ID(1))
      KR(1)=KRBND(ID(1))
      ND(1)=NDIM(KR(1))
      IPBND=ICYCLE(IPBND,IELPOS-1,MXBOUND)
      IELPOS=1
      IF (NAEXBND(1,ID(1)).EQ.100)
&      NAEXBND(1,ID(1))=NUMAREA(KR(1))+1
      NAEX(1)=NAEXBND(1,ID(1))
      IEL(2)=ICON(NAEX(1),IEL(1))
      BORD=(IEL(2).EQ.-1)
      ID(2)=ICYCLE(ID(1),1,MXBOUND)
      IF (.NOT.BORD) THEN
          KR(2)=KRV(IEL(2))
          ND(2)=NDIM(KR(2))
      ENDIF

C Distinguish 4 cases
C 1.: 1. Element (max. dim.) on border
C 2.: 2 Elements of max. dim
C 3.: 3 Elements (1. of max. dim.)
C 4.: 3 Elements (1. of low dim.)

      IF (ND(1).EQ.MAXDIM.AND.BORD) THEN
          NNGHB=1
          RETURN
      ELSE
&      IF (.NOT.BORD)
&      CALL NEIGHB(IEL(1),IEL(2),ICON(1,IEL(2)),NAEX(2))
&      IF (ND(1).EQ.MAXDIM.AND.ND(2).EQ.MAXDIM) THEN
          NNB=2
&      ELSEIF (ND(1).EQ.MAXDIM.AND.ND(2).EQ.2) THEN
          NA=NUMAREA(KR(2))
          N1=NAEX(2)
          N2=ICYCLE(N1-NA,1,2)+NA
          IEL(3)=ICON(N2,IEL(2))
          IF (IEL(3).EQ.-1) THEN
              NNB=2
          ELSE

```

```

        CALL NEIGHB(IEL(2), IEL(3), ICON(1, IEL(3)), NAEX(3))
        NNB=3
    ENDIF
ELSEIF (ND(1).EQ.MAXDIM-1) THEN
    NA=NUMAREA(KR(1))
    N1=NAEX(1)
    N2=ICYCLE(N1-NA, 1, 2)+NA
    IEL(3)=ICON(N2, IEL(1))
    NNB=1
    DO 100 I=2, 3
        IF (IEL(I).NE.-1) THEN
            NNB=NNB+1
            CALL NEIGHB(IEL(1), IEL(I), ICON(1, IEL(I)), NAEX(I))
        ENDIF
    100 CONTINUE
    ENDIF
ENDIF
IF (NNB.GT.2) ID(3)=ICYCLE(ID(2), 1, MXBOUND)
IC=1
DO 200 I=2, NNB
    IF (IEL(I).NE.-1) THEN
        IC=IC+1
        IELBND(ID(IC))=IEL(I)
        KRBND(ID(IC))=KRV(IEL(I))
        NAEXBND(1, ID(IC))=NAEX(I)
    ENDIF
200 CONTINUE

NNGHB=NNB
DO 500 IB=2, NNGHB
    IDD=ICYCLE(IPBND, IB, MXBOUND)
    NBOUND(IDD)=NDIM(KRBND(IDD))-MAXDIM+1
    DO 500 I=2, 4
        NAEXBND(I, IDD)=100
500 CONTINUE
RETURN
C-----END CONELM-----
END

```

```

SUBROUTINE NEIGHB(IELOLD, IELNEW, ICON, NAEXNEW)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
    DIMENSION ICON(6)

    DO 100 I=6, 1, -1
        IF (ICON(I).EQ.IELOLD) THEN
            NAEXNEW=I
            RETURN
        ENDIF
    100 CONTINUE
    NAEXNEW=0
    RETURN
C-----END NEIGHB-----
END

```

```

SUBROUTINE ALLELM(*)
C-----
C   GET ALL ELEMENTS NEIGHBOURED AT A GIVEN EDGE OR CORNER
C-----

    IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
    C-----COMMON BLANK_COM-----

    PARAMETER (IV1=100000, IV2=10000, IV3=1000)

    COMMON //   IDCOR(IV1), COOR(3, IV1), POT(IV1)
    &           , NELC(27, IV2), IELM(IV2), INVLM(IV2), ICON(6, IV2)
    &           , XORBLK(3)
    &           , NELP(IV2), KRV(IV2), NARV(IV2)
    &           , PERA(6, IV3), PORV(IV3)
    &           , XMLM, MNNIC, MXNIC, MAXDIM

```

```

&          , IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----

      PARAMETER (MXBOUND=40, MXNB=4)

      LOGICAL BNDFLOW, LOWDIM, ONESTEP, VELOUT, OUTOFEL, CHKBND, FLOWIN
&          , NEWDIM, BNDSINK

      INTEGER FLOWDIM, BNDDIM

      COMMON /IBOUND/
&          FLOWDIM, NELMXFL, NFLOWIN(MXBOUND), NBOUND(MXBOUND), NNGHB
&          , IPBND, IELPOS, IELBND(MXBOUND), NAEXBND(MXNB, MXBOUND), BNDDIM
&          , KRBND(MXBOUND), NAEXP(MXBOUND)

      COMMON /LBOUND/
&          BNDFLOW(MXBOUND), FLOWIN(MXBOUND)
&          , CHKBND, NEWDIM, LOWDIM, ONESTEP, OUTOFEL
&          , BNDSINK(MXBOUND)

      COMMON /RBOUND/
&          XGBND(3), XLBND(3, MXBOUND), QGBND(3, MXBOUND)
&          , QLBND(3, MXBOUND), FMBND(9, MXBOUND), FMIBND(9, MXBOUND)
&          , XKRBND(3, 27, MXBOUND), PERMBND(3, 3, MXBOUND), PORBND(MXBOUND)
&          , HEADBND(27, MXBOUND), VLNBND(3, MXBOUND), VLTBND(3, MXBOUND)
&          , QL2BND(3, MXBOUND), QG2BND(3, MXBOUND), XL2BND(3, MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT, OUTRA, OUATD, OULVT, OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM, INCOR, INPAR, INPOT, INSTA, OUPAT, OUTRA, IOMAT
&          , OUATD, OULVT, OUTAB
C-----END TAPES_COM-----

      ID1=ICYCLE(IPBND, IELPOS, MXBOUND)
      IPBND=ICYCLE(ID1, -1, MXBOUND)
      IELPOS=1
      CALL GETNODE(KRBND(ID1), NAEXBND(1, ID1), NOD)

      IF (NOD.EQ.0) THEN
        WRITE (OUTRA, 10000) IELM(IELBND(ID1)), KRBND(ID1)
&          , (XLBND(1, ID1), I=1, 3), (NAEXBND(1, ID1), I=1, 4), NBOUND(ID1)
&          PRINT          10000, IELM(IELBND(ID1)), KRBND(ID1)
&          , (XLBND(1, ID1), I=1, 3), (NAEXBND(1, ID1), I=1, 4), NBOUND(ID1)

10000 FORMAT (' -- Warning from "ALLELM" --.The corresponding node'
&          , ' could not be found!'
&          /' Element No. ', I5, ' Element Type KR = ', I3
&          /' Local coordinates : ', 3F13.8
&          /' Boundary Faces at this Point : ', I4
&          /' Number of Boundary Faces : ', I3)

      NNGHB=1
      NBOUND(ID1)=0
      RETURN
    ENDIF

    NODNUM=NELC(NOD, IELBND(ID1))

    NNGHB=1
    DO 200 IEL=1, MXLM
      IF (IEL.EQ.IELBND(ID1)) GOTO 200
      DO 100 NIC=1, KRV(IEL)
        IF (NELC(NIC, IEL).EQ.NODNUM) THEN
          NNGHB=NNGHB+1
          IF (NNGHB.GT.MXBOUND) RETURN 1
          IDN=ICYCLE(IPBND, NNGHB, MXBOUND)
          KRBND(IDN)=KRV(IEL)
          IELBND(IDN)=IEL
          GOTO 200
        ENDIF
      100 CONTINUE
    200 CONTINUE

```

```

      IF (NNGHB.EQ.1) RETURN
C New neighbour elements found: store corresponding NBOUND and NAEX
DO 500 IB=2,NNGHB
  ID=ICYCLE(IPBND,IB,MXBOUND)
  IEL=IELBND(ID)
  KR=KRBND(ID)
  DO 300 NIC=1,KR
    IF (NELC(NIC,IEL).EQ.NODNUM) THEN
      NOD=NIC
      GOTO 400
    ENDIF
  300 CONTINUE
  400 CALL GETNAEX(KRBND(ID),NOD,NBOUND(ID),NAEXBND(1,ID))
  500 CONTINUE
  RETURN
C-----END ALLELM-----
      END

```

```

      SUBROUTINE CHKOUTS(*)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----
      PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)
      COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&          ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)
C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----
      PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)
      LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&          ,NEWDIM,BNDSINK
      INTEGER FLOWDIM,BNDDIM
      COMMON /IBOUND/
&          FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&          ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&          ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)
      COMMON /LBOUND/
&          BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&          ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&          ,BNDSINK(MXBOUND)
      COMMON /RBOUND/
&          XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&          ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&          ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&          ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
&          ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)
C-----END BOUND_COM-----
      DO 100 IB=1,NNGHB
        ID=ICYCLE(IPBND,IB,MXBOUND)
        DO 100 NA=1,NBOUND(ID)
          IF (NAEXBND(NA,ID).NE.0) THEN
            IF (ICON(NAEXBND(NA,ID),IELBND(ID)).EQ.-1) RETURN 1
          ENDIF
        100 CONTINUE
      RETURN
C-----END CHKOUTS-----
      END

```

## SUBROUTINE AREANOD

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

LOGICAL EQ

DIMENSION NAEX(4)

DIMENSION NARNOD(4\*143),KRBOUND(143),IPKR(27),NHUND(4)

DATA NHUND /4\*100/

DATA IPKR

&amp; /2\*0,0,2\*0,3,0,9,17,26,2\*0,36,49,63,2\*0,78,0,96,6\*0,116/

```

DATA (NARNOD(I),I=1,12) / 1,100,100,100
& ,100,100,100,100
& , 2,100,100,100/ !* KR=3
DATA (NARNOD(I),I=13,36) / 1, 3,100,100
& , 1,100,100,100
& , 1, 2,100,100
& , 2,100,100,100
& , 2, 3,100,100
& , 3,100,100,100/ !* KR=6
DATA (NARNOD(I),I=37,68) / 1, 4,100,100
& , 1,100,100,100
& , 1, 2,100,100
& , 2,100,100,100
& , 2, 3,100,100
& , 3,100,100,100
& , 3, 4,100,100
& , 4,100,100,100/ !* KR=8
DATA (NARNOD(I),I=69,104) / 1, 4,100,100
& , 1,100,100,100
& , 1, 2,100,100
& , 2,100,100,100
& , 2, 3,100,100
& , 3,100,100,100
& , 3, 4,100,100
& , 4,100,100,100/ !* KR=9
DATA (NARNOD(I),I=105,144) / 1, 2, 4,100
& , 1, 2,100,100
& , 1, 2, 3,100
& , 1, 3,100,100
& , 1, 3, 4,100
& , 1, 4,100,100
& , 2, 4,100,100
& , 2, 3,100,100
& , 3, 4,100,100
& , 2, 3, 4,100/ !* KR=10
DATA (NARNOD(I),I=145,196) / 1, 2, 5,100
& , 1, 2,100,100
& , 1, 2, 3,100
& , 1, 3,100,100
& , 1, 3, 4,100
& , 1, 4,100,100
& , 1, 4, 5,100
& , 1, 5,100,100
& , 2, 5,100,100
& , 2, 3,100,100
& , 3, 4,100,100
& , 4, 5,100,100
& , 2, 3, 4, 5/ !* KR=13
DATA (NARNOD(I),I=197,252) / 1, 2, 5,100
& , 1, 2,100,100
& , 1, 2, 3,100
& , 1, 3,100,100
& , 1, 3, 4,100
& , 1, 4,100,100
& , 1, 4, 5,100
& , 1, 5,100,100
& , 1,100,100,100
& , 2, 5,100,100
& , 2, 3,100,100
& , 3, 4,100,100
& , 4, 5,100,100
& , 2, 3, 4, 5/ !* KR=14
DATA (NARNOD(I),I=253,312) / 1, 3, 5,100
& , 1, 3,100,100

```



```

&      . 1, 3, 4,100
&      . 1, 4,100,100
&      . 1, 4, 5,100
&      . 1, 5,100,100
&      . 3, 5,100,100
&      . 3, 4,100,100
&      . 4, 5,100,100
&      . 2, 3, 5,100
&      . 2, 3,100,100
&      . 2, 3, 4,100
&      . 2, 4,100,100
&      . 2, 4, 5,100
&      . 2, 5,100,100/ !* KR=15
DATA (NARNOD(I),I=313,384) / 1, 3, 5,100
&      . 1, 3,100,100
&      . 1, 3, 4,100
&      . 1, 4,100,100
&      . 1, 4, 5,100
&      . 1, 5,100,100
&      . 3, 5,100,100
&      . 3,100,100,100
&      . 3, 4,100,100
&      . 4,100,100,100
&      . 4, 5,100,100
&      . 5,100,100,100
&      . 2, 3, 5,100
&      . 2, 3,100,100
&      . 2, 3, 4,100
&      . 2, 4,100,100
&      . 2, 4, 5,100
&      . 2, 5,100,100/ !* KR=18
DATA (NARNOD(I),I=385,464) / 2, 4, 6,100
&      . 4, 6,100,100
&      . 1, 4, 6,100
&      . 1, 6,100,100
&      . 1, 3, 6,100
&      . 3, 6,100,100
&      . 2, 3, 6,100
&      . 2, 6,100,100
&      . 2, 4,100,100
&      . 1, 4,100,100
&      . 1, 3,100,100
&      . 2, 3,100,100
&      . 2, 4, 5,100
&      . 4, 5,100,100
&      . 1, 4, 5,100
&      . 1, 5,100,100
&      . 1, 3, 5,100
&      . 3, 5,100,100
&      . 2, 3, 5,100
&      . 2, 5,100,100/ !* KR=20
DATA (NARNOD(I),I=465,524) / 2, 4, 6,100
&      . 4, 6,100,100
&      . 1, 4, 6,100
&      . 1, 6,100,100
&      . 1, 3, 6,100
&      . 3, 6,100,100
&      . 2, 3, 6,100
&      . 2, 6,100,100
&      . 6,100,100,100
&      . 2, 4,100,100
&      . 4,100,100,100
&      . 1, 4,100,100
&      . 1,100,100,100
&      . 1, 3,100,100
&      . 3,100,100,100/
DATA (NARNOD(I),I=525,572) / 2, 3,100,100
&      . 2,100,100,100
&      . 100,100,100,100
&      . 2, 4, 5,100
&      . 4, 5,100,100
&      . 1, 4, 5,100
&      . 1, 5,100,100
&      . 1, 3, 5,100
&      . 3, 5,100,100

```

```

&          . 2, 3, 5,100
&          . 2, 5,100,100
&          . 5,100,100,100/ !* KR=27

DATA (KRBOUND(I),I=1,3) /1,0,1/
&    .(KRBOUND(I),I=4,9) /2,1,2,1,2,1/
&    .(KRBOUND(I),I=10,17) /2,1,2,1,2,1,2,1/
&    .(KRBOUND(I),I=18,26) /2,1,2,1,2,1,2,1,0/
&    .(KRBOUND(I),I=27,36) /3,2,3,2,3,2,2,2,2,3/
&    .(KRBOUND(I),I=37,49) /3,2,3,2,3,2,3,2,2,2,2,2,4/
&    .(KRBOUND(I),I=50,63) /3,2,3,2,3,2,3,2,1,2,2,2,2,4/
&    .(KRBOUND(I),I=64,78) /3,2,3,2,3,2,2,2,2,3,2,3,2,3,2/
&    .(KRBOUND(I),I=79,96) /3,2,3,2,3,2,2,1,2,1,2,1,3,2,3,2,3,2/
&    .(KRBOUND(I),I=97,116) /3,2,3,2,3,2,3,2,2,2,2,2
&    .(KRBOUND(I),I=117,143) /3,2,3,2,3,2,3,2/
&    .(KRBOUND(I),I=117,143) /3,2,3,2,3,2,3,2,1,2,1,2,1,2,1,2,1,0
&    .(KRBOUND(I),I=117,143) /3,2,3,2,3,2,3,2,1/

RETURN

ENTRY GETNODE(KR,NAEX,NOD)

C Find node defined by given combination of the values
C NAEX(1)...NAEX(4). This node uniquely describes the corresponding
C edge or corner of the element.
DO 100 ND=1,KR
  IP=4*(IPKR(KR)+(ND-1))
  DO 50 I=1,4
50    IF (NARNOD(IP+I).NE.NAEX(I)) GOTO 100
    NOD=ND
    RETURN
100  CONTINUE
    NOD=0
    RETURN

ENTRY GETNAEX(KR,NOD,NBOUND,NAEX)

C Find combination of NAEX(1)...NAEX(4) for a given node.
NBOUND=KRBOUND(IPKR(KR)+NOD)
IF (NBOUND.GT.0)
&  CALL IVEQV(NBOUND,NAEX,NARNOD(4*(IPKR(KR)+(NOD-1))+1))
IF (NBOUND.LT.4)
&  CALL IVEQV(4-NBOUND,NAEX(NBOUND+1),NHUND)
RETURN

C-----END AREANOD-----
END

SUBROUTINE NXTCOOR(*,IEL,ID)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
LOGICAL INS

C-----COMMON BLANK_COM-----

PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&          ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&          ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----

```

```

PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&      ,NEWDIM,BNDSINK

INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

COMMON /IBOUND/
&      FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&      ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&      ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

COMMON /LBOUND/
&      BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&      ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&      ,BNDSINK(MXBOUND)

COMMON /RBOUND/
&      XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&      ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&      ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&      ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
&      ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----

PARAMETER (EPSG=-1D0)

DIMENSION XLO(3),NAEX(1)

DO 1000 IB=1,NNGHB
  IF (IB.EQ.IELPOS) GOTO 1000
  ID=ICYCLE(IPBND,IB,MXBOUND)
  IEL=IELBND(ID)
  KR=KRV(IEL)
  CALL GETXKR(KR,COOR,NELC(1,IEL),XKRBND(1,1,ID))

C get exact values for corners
  IF (BNDDIM.EQ.0) THEN
    CALL GETNODE(KR,NAEXBND(1,ID),NCORN)
    IF (NCORN.EQ.0) RETURN 1
    CALL XLOCAL(KR,NCORN,XLBND(1,ID))
    GOTO 1000
  ENDIF

  CALL LSTART(KR,XLO)
  CALL SEARCH(XGBND,XLBND(1,ID),XLO,KR,XKRBND(1,1,ID)
&      ,SIGN(MAXDIM,NARV(IEL)),EPSG,IFAIL)
  IF (IFAIL.NE.0) THEN
    IF (IFAIL.NE.50) RETURN 1
    CALL WRERR(IELBND(ID),XLBND(1,ID),KR,NDIM(KR),'NXTCOOR')
    IFAIL=0
  ENDIF
  CALL IOTEST(XLO,XLBND(1,ID),XLBND(1,ID),KR,NAEX
&      ,NB,INS,.TRUE,.TRUE,.FALSE,.FALSE,.FALSE,.0,0,IOERR)
1000 CONTINUE

RETURN
C-----END NXTCOOR-----
END

```

```

SUBROUTINE XLOCAL(KR,NODE,XL)
C-----
C get local coordinates for specified node
C-----
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

PARAMETER (U=1D0,H=5D-1,Z=0D0,V=-1D0)

DIMENSION XL(3)
DIMENSION XLOC3(3,3),XLOC6(3,6),XLOC8(3,8),XLOC9(3,9),

```

```
&          XLOC10(3,10),XLOC13(3,13),XLOC15(3,15),
&          XLOC18(3,18),XLOC20(3,20),XLOC27(3,27)
DIMENSION IPNOD(27),XLTOTAL(3,129)
```

```
EQUIVALENCE (XLTOTAL(1,1),XLOC3)
&            ,(XLTOTAL(1,4),XLOC6)
&            ,(XLTOTAL(1,10),XLOC8)
&            ,(XLTOTAL(1,18),XLOC9)
&            ,(XLTOTAL(1,27),XLOC10)
&            ,(XLTOTAL(1,37),XLOC13)
&            ,(XLTOTAL(1,50),XLOC15)
&            ,(XLTOTAL(1,65),XLOC18)
&            ,(XLTOTAL(1,83),XLOC20)
&            ,(XLTOTAL(1,103),XLOC27)
```

```
DATA IPNOD
& /5*0.3,0.9,17,26,2*0.36,0.49,0.0,0.64,0.82,6*0.102/
```

```
DATA XLOC3 / V, Z, Z, Z, Z, Z, Z, U, Z, Z/
DATA XLOC6 / U, Z, Z, H, H, Z, Z, U, Z,
&           Z, H, Z, Z, Z, Z, H, Z, Z/
DATA XLOC8 / V, V, Z, Z, V, Z, U, V, Z, U, Z, Z,
&           U, U, Z, Z, U, Z, V, U, Z, V, Z, Z/
DATA XLOC9 / V, V, Z, Z, V, Z, U, V, Z, U, Z, Z,
&           U, U, Z, Z, U, Z, V, U, Z, V, Z, Z,
&           Z, Z, Z/
DATA XLOC10/ U, Z, Z, H, H, Z, Z, U, Z,
&            Z, H, Z, Z, Z, Z, H, Z, Z,
&            H, Z, H, Z, H, H, Z, Z, H,
&            Z, Z, U/
DATA XLOC13/ V, V, V, Z, V, V, U, V, V, U, Z, V,
&            U, U, V, Z, U, V, V, U, V, V, Z, V,
&            V, V, Z, U, V, Z, U, U, Z, V, U, Z,
&            Z, Z, U/
DATA XLOC15/ U, Z, V, H, H, V, Z, U, V,
&            Z, H, V, Z, Z, V, H, Z, V,
&            U, Z, Z, Z, U, Z,
&            U, Z, U, H, H, U, Z, U, U,
&            Z, H, U, Z, Z, U, H, Z, U/
DATA XLOC18/ U, Z, V, H, H, V, Z, U, V,
&            Z, H, V, Z, Z, V, H, Z, V,
&            U, Z, Z, H, H, Z, Z, U, Z,
&            Z, H, Z, Z, Z, Z, H, Z, Z,
&            U, Z, U, H, H, U, Z, U, U,
&            Z, H, U, Z, Z, U, H, Z, U/
DATA XLOC20/ V, V, V, Z, V, V, U, V, V, U, Z, V,
&            U, U, V, Z, U, V, V, U, V, V, Z, V,
&            V, V, Z, U, V, Z,
&            U, U, Z, U, U, Z,
&            V, V, U, Z, V, U, U, V, U, U, Z, U,
&            U, U, U, Z, U, U, V, U, U, V, Z, U/
DATA XLOC27/ V, V, V, Z, V, V, U, V, V, U, Z, V,
&            U, U, V, Z, U, V, V, U, V, V, Z, V,
&            Z, Z, V,
&            V, V, Z, Z, V, Z, U, V, Z, U, Z, Z,
&            U, U, Z, Z, U, Z, V, U, Z, V, Z, Z,
&            Z, Z, Z,
&            V, V, U, Z, V, U, U, V, U, U, Z, U,
&            U, U, U, Z, U, U, V, U, U, V, Z, U,
&            Z, Z, U/
```

```
IP=IPNOD(KR)+NODE
DO 100 I=1,3
100 XL(I)=XLTOTAL(I,IP)
```

```
RETURN
C-----END XLOCAL-----
END
```

```

SUBROUTINE NXTVELO( IEL, ID)

  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----
  PARAMETER (IV1=100000, IV2=10000, IV3=1000)

  COMMON // IDCOR(IV1), COOR(3, IV1), POT(IV1)
&          , NELC(27, IV2), IELM(IV2), INVELM(IV2), ICON(6, IV2)
&          , XORBLK(3)
&          , NELP(IV2), KRV(IV2), NARV(IV2)
&          , PERA(6, IV3), PORV(IV3)
&          , MXLM, MNNIC, MXNIC, MAXDIM
&          , IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----
  PARAMETER (MXBOUND=40, MXNB=4)

  LOGICAL BNDFLOW, LOWDIM, ONESTEP, VELOUT, OUTOFEL, CHKBND, FLOWIN
&          , NEWDIM, BNSINK

  INTEGER FLOWDIM, BNDDIM

  COMMON /IBOUND/
&          FLOWDIM, NELMXFL, NFLOWIN(MXBOUND), NBOUND(MXBOUND), NNGHB
&          , IPBND, IELPOS, IELBND(MXBOUND), NAEXBND(MXNB, MXBOUND), BNDDIM
&          , KRBND(MXBOUND), NAEXP(MXBOUND)

  COMMON /LBOUND/
&          BNDFLOW(MXBOUND), FLOWIN(MXBOUND)
&          , CHKBND, NEWDIM, LOWDIM, ONESTEP, OUTOFEL
&          , BNSINK(MXBOUND)

  COMMON /RBOUND/
&          XGBND(3), XLBND(3, MXBOUND), QGBND(3, MXBOUND)
&          , QL2BND(3, MXBOUND), FMBND(9, MXBOUND), FMIBND(9, MXBOUND)
&          , XKRBND(3, 27, MXBOUND), PERMBND(3, 3, MXBOUND), PORBND(MXBOUND)
&          , HEADBND(27, MXBOUND), VLNBND(3, MXBOUND), VLTBND(3, MXBOUND)
&          , QL2BND(3, MXBOUND), QG2BND(3, MXBOUND), XL2BND(3, MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
  INTEGER OUPAT, OUTRA, OUATD, OULVT, OUTAB
  COMMON /TAPES/ INELM, INCOR, INPAR, INPOT, INSTA, OUPAT, OUTRA, IOMAT
&          , OUATD, OULVT, OUTAB
C-----END TAPES_COM-----

  REAL*8 NULLV(3)
  DATA NULLV/3*0D0/

  DO 1000 IB=1, NNGHB
    IF (IB.EQ. IELPOS) GOTO 1000
    ID=ICYCLE(IPBND, IB, MXBOUND)
    IEL=IELBND(ID)
    KR=KRBND(ID)
    PORBND(ID)=PORV(NELP( IEL))
    CALL GETPOT(KR, NELC(1, IEL), POT, HEADBND(1, ID))
    CALL GETPERM(PERA(1, NELP( IEL)), PERMBND(1, 1, ID))

    CALL VELOTXT( IEL, XLBND(1, ID), XKRBND(1, 1, ID), PERMBND(1, 1, ID)
&          , PORBND( ID), HEADBND(1, ID), KR, NDIM(KR)
&          , QL2BND(1, ID), QGBND(1, ID), FMBND(1, ID), FMIBND(1, ID)
&          , IFAIL, 'NXTVELO')
    IF (IFAIL.NE.0) THEN
      CALL VEQV(3, QGBND(1, ID), NULLV)
      CALL VEQV(3, QL2BND(1, ID), NULLV)
    ENDIF
  1000 CONTINUE
  RETURN
C-----END NXTVELO-----
  END

```

```

SUBROUTINE VELOTST(*)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

C-----COMMON BLANK_COM-----
  PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

  COMMON //  IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&           ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&           ,XORBLK(3)
&           ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&           ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&           ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&           ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----
  PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

  LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&         ,NEWDIM,BNDSINK

  INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

  COMMON /IBOUND/
&       FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&       ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&       ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

  COMMON /LBOUND/
&       BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&       ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&       ,BNDSINK(MXBOUND)

  COMMON /RBOUND/
&       XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&       ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&       ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&       ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
&       ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----
C-----COMMON STEP_COM-----
  PARAMETER (MAXITER=100,DFSTEP=1D-1,SUBRA=5D-4
&           ,SUBSTEP=2D0,NCHECK=10,DFDSCR=1D-1
&           ,DEFDIST=1D-2)

  LOGICAL BNDMAX,KUTTA
  COMMON /STEP/ NITTOT,TIMETOT,DISTTOT,NITELM,TIMEELM,DISTELM,DISTO
&             ,XGSTEP(3),DXSTEP,DSSTEP,DISCRQ,NCHK,BNDMAX,KUTTA
&             ,DSTMNG,XGODIST(3)

C-----END STEP_COM-----

  LOGICAL ANDV,ORV,VOUT1(4),VOUT2(4)
  DIMENSION QLP(3,4),QGP(3,4),NAEXPP(4)

  MXFLOW=0
  MINDIM=3

C Loop over all neighbored elements
  DO 1000 IB=1,NNGHB
    ID=ICYCLE(IPBND,IB,MXBOUND)

C Initialize
    IQMAX=1
    KR=KRBND(ID)
    N=NDIM(KR)
    NB=NBOUND(ID)
    MINDIM=MIN(MINDIM,N)
    NFLOWIN(ID)=N
    NAEXP(ID)=0
    BNDSINK(ID)=.FALSE.

```

C Check direction of flux: (into element, out of element)  
 C -----

CALL VELIO(KR,MXNB,NB,NAEXBND(1,ID),QLBND(1,ID),VOUT1)  
 BNDFLOW(ID)=ORV(MXNB,VOUT1)

C CASE 1: Flux INTO element (--> no projection)

C -----  
 IF (.NOT.BNDFLOW(ID)) GOTO 500

C\*\*\*\*\* PROJECTION \*\*\*\*\*

C CASE 2: Flux OUT of element (--> projection)

C -----

C -- 1.check if component along NAEX(IF) points inside

C -----  
 NFLOWIN(ID)=MAX(N-1,0)  
 IF (NFLOWIN(ID).LT.1) GOTO 500

DO 100 IF=1,NB

C skip boundary if Flux points inside

IF (.NOT.VOUT1(IF)) GOTO 100  
 CALL BNDPROJ(ID,1,IF,0,QLP,QGP,NAEXPP(1))  
 CALL VELIO(KR,MXNB,NB,NAEXBND(1,ID),QLP,VOUT2)  
 VOUT2(IF)=.FALSE.  
 IF (.NOT.ORV(NB,VOUT2)) GOTO 500

100 CONTINUE

C -- 2.check if component along edge NAEX(IF),NAEX(JF) points inside

C -----

NFLOWIN(ID)=MAX(N-2,0)  
 IF (NFLOWIN(ID).LT.1) GOTO 500

C get edge and projection

ICIN=0

DO 300 IF=1,NB

DO 200 JF=IF+1,NB

IF (.NOT.(VOUT1(IF).OR.VOUT1(JF))) GOTO 200  
 IF (NB.EQ.4.AND.(JF-IF).EQ.2) GOTO 200 !\* Pyramid handling

IC=ICIN+1

CALL BNDPROJ(ID,2,IF,JF,QLP(1,IC),QGP(1,IC),NAEXPP(1C))

CALL VELIO(KR,MXNB,NB,NAEXBND(1,ID),QLP(1,IC),VOUT2)

VOUT2(IF)=.FALSE.

VOUT2(JF)=.FALSE.

IF (.NOT.ORV(NB,VOUT2))

& ICIN=ICIN+1 !\* counts edges with inflow

200 CONTINUE

300 CONTINUE

C Select edge with maximum flux as flow boundary

IF (ICIN.EQ.0) THEN

NFLOWIN(ID)=0

GOTO 500

ELSEIF (ICIN.EQ.1) THEN

GOTO 500

ENDIF

QGMAX=-1D0

DO 400 I=1,ICIN

QGN=MAX(VSCP(N,QGP(1,I),QGP(1,I)),QGMAX)

IF (QGN.GT.QGMAX) THEN

QGMAX=QGN

IQMAX=I

ENDIF

400 CONTINUE

C\*\*\*\*\*

500 CONTINUE

IF (BNDFLOW(ID).AND.NFLOWIN(ID).GT.0) THEN  
 NAEXP(ID)=NAEXPP(IQMAX)

```

      CALL VEQV(N,QLBND(1, ID),QLP(1,IQMAX))
      CALL VEQV(N,QGBND(1, ID),QGP(1,IQMAX))
    ENDIF

C get next velocity and check if sink encountered
  IF (NFLOWIN(ID).GT.0) THEN
    CALL BNDVEL2(ID)
    CALL CHKSINK(ID)
    BNDSINK(ID)=.FALSE. !* BNDVEL2 not yet correct,but result is
                        !* for debugging purpose
  ENDIF

  MXFLOW=MAX(MXFLOW,NFLOWIN(ID))

1000 CONTINUE

  IF (MXFLOW.EQ.0) RETURN 1
  NFLCRIT=1
  IF (MINDIM.EQ.MAXDIM .AND. MXFLOW.EQ.MAXDIM .AND. .NOT.BNDMAX)
& NFLCRIT=MAXDIM

  NELMXFL=0
  DO 1100 IB=1,NNGHB
    ID=ICYCLE(IPBND,IB,MXBOUND)
    FLOWIN(ID)=(NFLOWIN(ID).GE.NFLCRIT.AND..NOT.BNDSINK(ID))
    IF (FLOWIN(ID)) NELMXFL=NELMXFL+1
1100 CONTINUE
  IF (NELMXFL.EQ.0) RETURN 1

  RETURN
C-----END VELOTST-----
END

```

```

SUBROUTINE BNDVEL2(ID)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

C-----COMMON BLANK_COM-----

  PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

  COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&          ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----

  PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

  LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&          ,NEWDIM,BNDSINK

  INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

  COMMON /IBOUND/
&          FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&          ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&          ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

  COMMON /LBOUND/
&          BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&          ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&          ,BNDSINK(MXBOUND)

  COMMON /RBOUND/
&          XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&          ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&          ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&          ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)

```



```

& ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)
C-----END BOUND_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
& ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----
C-----COMMON STEP_COM-----

      PARAMETER (MAXITER=100,DFSTEP=1D-1,SUBRA=5D-4
& ,SUBSTEP=2D0,NCHECK=10,DFDSCR=1D-1
& ,DEFDIST=1D-2)

      LOGICAL BNDMAX,KUTTA
      COMMON /STEP/ NITTOT,TIMETOT,DISTTOT,NITELM,TIMEELM,DISTELM,DISTO
& ,XGSTEP(3),DXSTEP,DSSTEP,DISCRQ,NCHK,BNDMAX,KUTTA
& ,DSTMNQ,XGODIST(3)
C-----END STEP_COM-----

      REAL*8 NULLV(3)
      DATA NULLV /3*0D0/

      IEL=IELBND(ID)
      KR=KRBND(ID)
      N=NDIM(KR)
      DSSTEPL=STSIZE(KR)
      IF (BNDFLOW(ID)) DSSTEPL=DSSTEPL/SUBSTEP
      QLABS=VABS(N,QLBND(1,ID))

      IF (QLABS.LE.0D0) GOTO 9999
      DT=DSSTEPL/QLABS

      DO 100 I=1,N
100 XL2BND(I,ID)=XLBND(I,ID)+DT*QLBND(I,ID)

      CALL VELOX(XL2BND,XKRBND(1,1,ID),PERMBND(1,1,ID)
& ,PORBND(ID),HEADBND(1,ID),KR,N,QL2BND(1,ID),QG2BND(1,ID)
& ,FMBND(1,ID),FMIBND(1,ID),IERR)
      IF (IERR.NE.0.AND.IERR.NE.50) GOTO 9999

C projection if previous velocity was projected
C should be done

      RETURN

C Errors
9999 CONTINUE
      CALL VEQV(3,QG2BND(1,ID),NULLV)
      CALL VEQV(N,QL2BND(1,ID),NULLV)
      RETURN
C-----END BNDVEL2-----
      END

```

```

SUBROUTINE BNDPROJ(ID,NPROJ,IDA1,IDA2,VLP,VGP,NAEXPP)

```

```

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

```

```

C-----COMMON BOUND_COM-----

```

```

      PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

```

```

      LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
& ,NEWDIM,BNDSINK

```

```

      INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

```

```

      COMMON /IBOUND/
& FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
& ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
& ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

```

```

      COMMON /LBOUND/

```

```

&      BDNFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&      ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&      ,BND_SINK(MXBOUND)

COMMON /RBOUND/
&      XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&      ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&      ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&      ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
&      ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----

      DIMENSION VLP(3),VGP(3),VLPP(3),VGPP(3)

C-----
C   Gets projection of local and global velocity vectors along
C   1- and 2-D boundaries
C
C   NPROJ : Flow Dimension decrementation (input)
C   ID    : current BOUND_COM Element (input)
C   IDA1  : 1. Index of NAEXBND (input)
C   IDA2  : 2. Index of NAEXBND (input)
C   VLP   : projection of local vector (output)
C   VGP   : projection of global vector (output)
C   NAEXPP : unique combination of IDA1 and IDA2 (output)
C-----

      IF (NPROJ.EQ.1) THEN
        NAEXPP=NAEXBND(IDA1,ID)
      ELSEIF (NPROJ.EQ.2) THEN
        NAEXPP=10*MIN(NAEXBND(IDA1,ID),NAEXBND(IDA2,ID))
        &      +MAX(NAEXBND(IDA1,ID),NAEXBND(IDA2,ID))
      ELSE
        NAEXPP=0
        RETURN
      ENDIF

      KR=KRBND(ID)
      N=NDIM(KR)

C get projection boundary type (face->2,edge->1)
      NPTYPE=N-NPROJ

C Projection onto face (only 3d elements)
      IF (NPTYPE.EQ.2) THEN

C -- get local normal to NAEXPP (--> global)
        CALL VLNORM(KR,NAEXPP,VLPP)
        CALL MMAB(3,3,1,FMBND(1,ID),VLPP,VGPP) !* Transformation
        !* of covariant vector

C -- get global projection (-->local);suppress projected component
        CALL VPROJ(3,VGPP,QGBND(1,ID),VGPP)
        CALL VDIF(3,QGBND(1,ID),VGPP,VGP)
        CALL MMATB(3,3,1,FMBND(1,ID),VGP,VLP)
        CALL PROJECT(1,KR,NAEXPP,VLP,VLP)

C Projection onto edge (2 & 3d elements)
      ELSEIF (NPTYPE.EQ.1) THEN

C -- get local tangential along NAEXPP (--> global)
        CALL VLTANG(KR,NAEXPP,VLPP)
        CALL MMATB(3,N,1,FMIBND(1,ID),VLPP,VGPP) !* Transformation
        !* of contravariant vector

C -- get global projection (-->local);suppress projected component
        CALL VPROJ(3,VGPP,QGBND(1,ID),VGP)
        CALL MMATB(N,3,1,FMBND(1,ID),VGP,VLP)
        CALL PROJECT(NPROJ,KR,NAEXPP,VLP,VLP)
      ENDIF

      RETURN
C-----END BNDPROJ-----
END

```

```

SUBROUTINE CHKSINK(ID)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BOUND_COM-----
  PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)
  LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&          ,NEWDIM,BNDSINK
  INTEGER FLOWDIM,BNDDIM
  COMMON /IBOUND/
&    FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&    ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&    ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)
  COMMON /LBOUND/
&    BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&    ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&    ,BNDSINK(MXBOUND)
  COMMON /RBOUND/
&    XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&    ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&    ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&    ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
&    ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)
C-----END BOUND_COM-----
  BNDSINK(ID)=(VSCP(3,QG2BND(1,ID),QGBND(1,ID)).LE.0D0)
  RETURN
C-----END CHKSINK-----
  END

```

```

SUBROUTINE VELIO(KR,MXNB,NBOUND,NAEX,QL,VOUT)
C-----
C Checks if local vector QL is pointing out of boundary
C faces defined by NAEX(1..NBOUND)
C
C VOUT(1..NBOUND) is .TRUE. for outpointing
C VOUT(NBOUND+1..MXNB) is always reset to .FALSE.
C-----
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  REAL*8 L(6),LQ(6),DL(6),LO(6)
  LOGICAL VOUT
  DIMENSION NAEX(MXNB),VOUT(MXNB),QL(3),QO(3),QLU(3)
  DATA QO /3*0D0/
  CALL VUNIT(3,QL,QLU)
  CALL VOLCOR(KR,QO,LO,.TRUE.)
  CALL VOLCOR(KR,QLU,L,.TRUE.)
  CALL VDIF(NUMAREA(KR),L,LO,DL)
  DO 100 I=1,NBOUND
100 VOUT(I)=(DL(NAEX(I)).LT.0D0)
  DO 200 I=NBOUND+1,MXNB
200 VOUT(I)=.FALSE.
  RETURN
C-----END VELIO-----
  END

```

```

SUBROUTINE MAXVELO
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C-----COMMON BLANK_COM-----

```

```

PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&          ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)
&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON BOUND_COM-----

PARAMETER (MXBOUND=40,MXNB=4)

LOGICAL BNDFLOW,LOWDIM,ONESTEP,VELOUT,OUTOFEL,CHKBND,FLOWIN
&          ,NEWDIM,BNDSINK

INTEGER FLOWDIM,BNDDIM

COMMON /IBOUND/
&          FLOWDIM,NELMXFL,NFLOWIN(MXBOUND),NBOUND(MXBOUND),NNGHB
&          ,IPBND,IELPOS,IELBND(MXBOUND),NAEXBND(MXNB,MXBOUND),BNDDIM
&          ,KRBND(MXBOUND),NAEXP(MXBOUND)

COMMON /LBOUND/
&          BNDFLOW(MXBOUND),FLOWIN(MXBOUND)
&          ,CHKBND,NEWDIM,LOWDIM,ONESTEP,OUTOFEL
&          ,BNDSINK(MXBOUND)

COMMON /RBOUND/
&          XGBND(3),XLBND(3,MXBOUND),QGBND(3,MXBOUND)
&          ,QLBND(3,MXBOUND),FMBND(9,MXBOUND),FMIBND(9,MXBOUND)
&          ,XKRBND(3,27,MXBOUND),PERMBND(3,3,MXBOUND),PORBND(MXBOUND)
&          ,HEADBND(27,MXBOUND),VLNBND(3,MXBOUND),VLTBND(3,MXBOUND)
&          ,QL2BND(3,MXBOUND),QG2BND(3,MXBOUND),XL2BND(3,MXBOUND)

C-----END BOUND_COM-----

IF (NELMXFL.EQ.1) THEN
  DO 100 IB=NNGHB,1,-1
    ID=ICYCLE(IPBND,IB,MXBOUND)
    IF (FLOWIN(ID)) THEN
      IELPOS=IB
      GOTO 300
    ENDIF
100  CONTINUE
ELSE
  ID=ICYCLE(IPBND,IELPOS,MXBOUND)
  IF (FLOWIN(ID)) THEN
    QGQ=VSCP(3,QGBND(1,ID),QGBND(1,ID))
    IQMAX=IELPOS
  ELSE
    QGQ=-1D0
  ENDIF
  DO 200 IB=1,NNGHB
    IF (IB.EQ.IELPOS) GOTO 200
    ID=ICYCLE(IPBND,IB,MXBOUND)
    IF (FLOWIN(ID)) THEN
      QGQN=VSCP(3,QGBND(1,ID),QGBND(1,ID))
      IF (QGQN.GT.QGQ) THEN
        QGQ=QGQN
        IQMAX=IB
      ENDIF
    ENDIF
200  CONTINUE
    IELPOS=IQMAX
  ENDIF

300  CONTINUE
  ID=ICYCLE(IPBND,IELPOS,MXBOUND)
  N=NDIM(KRBND(ID))
  NFL=NFLOWIN(ID)
  NEWDIM=(NFL.NE.FLOWDIM)

```

```

FLOWDIM=NFL
ONESTEP=(FLOWDIM.LT.MAXDIM)
CHKBNB=((FLOWDIM.GT.BNDDIM).AND.ONESTEP)
LOWDIM=(N.LT.MAXDIM)
IF ((.NOT.ONESTEP).OR.CHKBNB) THEN
  IPBND=ICYCLE(IPBND,IELPOS-1,MXBOUND)
  IELPOS=1
ENDIF
RETURN
C-----END MAXVELO-----
END

```

```

SUBROUTINE SEARCH(XGIN,XL,XLIN,KR,XKR,MDPCH,EPSILON,ICTR)
C-----
C SEARCH CALCULATES THE LOCAL COORDINATES GIVEN A POINT IN
C GLOBAL COORDINATES.
C THE ITERATION PROCESS IS ANALOGOUS TO THE NEWTON-APPROXIMATION-
C METHOD IN 1 DIMENSION.
C
C VERSION 1.1 02-JUNE-1988 AVK
C 02-JUNE-1988 : PARAMETER LIST HAS CHANGED;MDPCH IS PASSED
C MDPCH : signed model dimensionality
C (<0 for pinched elements)
C-----
C
C ICTR : CONTROL-PARAMETER
C =0 : CONVERGENCE ACHIEVED
C =10 : DET=0.
C =20 : CONVERGENCE NOT ACHIEVED (LOCAL COORDINATES)
C =30 : POINT LIES OUTSIDE THE ELEMENT
C =50 : DET<0.
C =60 : CONVERGENCE NOT ACHIEVED (GLOBAL COORDINATES)
C-----
C IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C
C LOGICAL INS,T,F,NEGDET,PINCH,LFOUND,GFOUND
C PARAMETER (ERR=1D-6,ERRLQ=ERR**2,ERRGQ=1D-5
C & ,ERRLOW=5D0,T=.TRUE.,F=.FALSE.)
C DIMENSION XGIN(3),XLIN(*),XL(*),XG(3),FD(81)
C & ,XKR(3,*),DXG(3),DXL(3),SFM(9),XLN(3),XLE(3),XLO(3)
C & ,SFMINV(9),NAEX(4)
C-----
C INITIAL VALUES -----
C
C Defining error values
ERRG=SQRT(ERRGQ)
EPSLQ=ERRLQ
IF (EPSILON.GT.0D0) THEN
  EPSG=EPSILON
  EPSGQ=EPSILON**2
ELSE
  EPSG=ERRG
  EPSGQ=ERRGQ
ENDIF
C
C get local coordinates directly for 1d elements
IF (KR.EQ.3) THEN
  CALL SEARCH1(XGIN,XL,XKR,EPSG,ICTR)
  RETURN
ENDIF
N=NDIM(KR)
CALL VEQV(N,XL,XLIN)
CALL LSTART(KR,XLO)
ICTR=0
PINCH=(MDPCH.LT.0)
LFOUND=.FALSE.
GFOUND=.FALSE.
C-----
C ITERATION STARTS-----
DO 1000 ITER=1,20

```

```

C----- GET SFM (ANALOGOUS TO THE INVERSE OF JACOBIAN) -----
      CALL METRIC(XKR,XL,N,KR,SFM,SFMINV,FD,ICTR)
      NEGDET=(ICTR.EQ.50)
      CALL IOTEST(XLIN,XL,XLE,KR,NAEX,NB,INS,F,F,F,F,F,0,0,IERR)
      IF (INS) CALL VEQV(N,XLO,XL)
C --- Following test is skipped, but be very careful
C      IF (ICTR.NE.0) THEN
C          CALL IOTEST(XLO,XL,XL,KR,NAEX,NB,INS,F,T,F,F,F,0,0,IERR)
C          IF (.NOT.INS .OR. NEGDET) GOTO 1000
C          GOTO 2000
C      ENDIF

C----- CALCULATING G.C. OF XL AND DIFFERENCE TO THE INITIAL POINT---
      CALL SHAPEV(XL,XG,XKR,KR)
      CALL VDIF(3,XG,XGIN,DXG)

C----- DIFFERENCE IN L.C. (=DXL) AND IN G.C. (=DXG)-----
      CALL MMATB(N,3,1,SFM,DXG,DXL)
      CALL VDIF(N,XL,DXL,XLN)
      IF (.NOT.PINCH) THEN
          IF (VSCP(N,DXL,DXL).GT.EPSLQ) GOTO 500
          LFOUND=.TRUE.
      ENDIF
      IF (VSCP(3,DXG,DXG).LT.EPSG) THEN
          CALL VEQV(N,XL,XLN)
          GFOUND=.TRUE.
          GOTO 2000
      ENDIF
500    CALL VEQV(N,XL,XLN)

1000 CONTINUE
      IF (.NOT.LFOUND) THEN
          ICTR=20    !* no convergence in local coordinates
      ELSEIF (.NOT.GFOUND) THEN
          ICTR=60    !* no convergence in global coordinates
      ENDIF
      RETURN

2000 IF(NEGDET) ICTR=50
      RETURN

C-----END SEARCH-----
      END

```

```

      SUBROUTINE SEARCH1(XG,XL,XKR,EPSILON,ICTR)
C-----
C      find local coordinates for 1d elements
C      solving the quadratic equation  $0=A(x*x)+Bx+C$ 
C
C      ICTR = 0 : XG found
C      ICTR = 30 : XG not found
C
C      EPSILON : error distance
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      PARAMETER (Z=0D0)
      LOGICAL SOL(2)
      DIMENSION XG(3),XL(1),XKR(3,3),XLS(2),XGG(3),XLL(3)
&          ,DXG(3)
      DATA XLL/3*Z/
      EPS=MAX(EPSILON,Z)
      EPSQ=EPS**2
      BND=1D0+EPS
      SOL(1)=.FALSE.
      SOL(2)=.FALSE.

```

```

      B=5D-1*(-XKR(1,1)+XKR(1,3))
      A=5D-1*( XKR(1,1)+XKR(1,3))-XKR(1,2)
      C=XKR(1,2)-XG(1)
C Distinguish constant,linear,quadratic cases
  IF (.NOT.(ABS(A).GT.EPS)) THEN
      IF (.NOT.(ABS(B).GT.EPS)) THEN
C    constant case
      IF (ABS(C).GT.EPS) GOTO 3000
      XLS(1)=1D0
      ELSE
C    linear case
      XLS(1)=-C/B
      IF (ABS(XLS(1)).GT.BND) GOTO 3000
      ENDIF

      SOL(1)=.TRUE.
      NSOL=1

      ELSE

C    quadratic case
      A2=B/A/2D0
      B2=C/A
      DQ=A2**2-B2
      IF (DQ.LT.Z) GOTO 3000
      D=SQRT(DQ)
      NSOL=0
      DO 100 I=1,2
        J=2*I-3
        XLS(I)=- (A2+J*D)
        IF (ABS(XLS(I)).GT.BND) GOTO 100
        SOL(I)=.TRUE.
        NSOL=NSOL+1
100    CONTINUE
      IF (NSOL.LT.1) GOTO 3000
      ENDIF

C Check if local point fulfills shape functions
  DO 200 I=1,2
    IF (.NOT.SOL(I)) GOTO 200
    XLL(I)=XLS(I)
    CALL SHAPEV(XLL,XGG,XKR,3)
    CALL VDIF(3,XGG,XG,DXG)
    IF (VSCP(3,DXG,DXG).GT.EPSQ) GOTO 200

C shape function okay
  XL(1)=XLL(1)
  ICTR=0
  RETURN

200 CONTINUE

C no solution found
3000 CONTINUE
  ICTR=30
  RETURN
C-----END SEARCH1-----
  END

```

```

      SUBROUTINE WRERR( IEL,XL,KR,N,SUBR)
C-----
C PUTS ERROR MESSAGE TO FILE OUTRA AND ONTO SCREEN
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

C-----COMMON BLANK_COM-----
      PARAMETER (IV1=100000,IV2=10000,IV3=1000)

      COMMON // IDCOR(IV1),COOR(3,IV1),POT(IV1)
&            ,NELC(27,IV2),IELM(IV2),INVELM(IV2),ICON(6,IV2)

```

```

&          ,XORBLK(3)
&          ,NELP(IV2),KRV(IV2),NARV(IV2)
&          ,PERA(6,IV3),PORV(IV3)
&          ,MXLM,MNNIC,MXNIC,MAXDIM
&          ,IELV(IV2)

C-----END BLANK_COM-----
C-----COMMON TAPES_COM-----
      INTEGER OUPAT,OUTRA,OUATD,OULVT,OUTAB
      COMMON /TAPES/ INELM,INCOR,INPAR,INPOT,INSTA,OUPAT,OUTRA,IOMAT
&          ,OUATD,OULVT,OUTAB
C-----END TAPES_COM-----

      CHARACTER*(*) SUBR,FMT*30,TXT(5)*133
      DIMENSION LTXT(5)
      DIMENSION XL(N)

      CALL LENWOB(SUBR,LSUBR)

      FMT='(A,A,A)'
      WRITE (TXT(1),FMT)
& ' Warning (' ,SUBR(:LSUBR),') :DET < 0 in routine METRIC'

      FMT='(A,I5)'
      WRITE (TXT(2),FMT)
& ' EI=' ,IELM(IEL)
      FMT='(A,I3)'
      WRITE (TXT(3),FMT)
& ' KR=' ,KR
      FMT='(A,I3)'
      WRITE (TXT(4),FMT)
& ' NAR=' ,NARV(IEL)
      WRITE (FMT,'(' '(A,' ',I1,' 'F8.3,A)')') N
      WRITE (TXT(5),FMT)
& ' XLBND(1...N)=' ,(XL(J),J=1,N)

      DO 100 J=1,5
100 CALL LENWOB(TXT(J),LTXT(J))

      WRITE (OUTRA,20000) (TXT(J)(:LTXT(J)),J=1,5)
      WRITE (* ,20001) (TXT(J)(:LTXT(J)),J=1,5)

      IERR=0
      RETURN

20000 FORMAT(A,' (' ,4A,')')
20001 FORMAT(1X,A,' (' ,4A,')')
C-----END WRERR-----
      END

      SUBROUTINE VELOTXT( IEL,XL,XKR,PERM,POR,H,KR,N,QL,QG
&          ,FM,FMI,IERR,SUBR)
C-----
C      CALLS VELOX AND WRERR
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

      DIMENSION XL(N),XKR(3,KR),PERM(3,3),H(KR),QL(N),QG(3),FM(9)
&          ,FMI(9),V1(3),V2(3),FD(81)

      CALL VELOX(XL,XKR,PERM,POR,H,KR,N,QL,QG,FM,FMI,IERR)
      IF (IERR.NE.50) RETURN

      CALL WRERR( IEL,XL,KR,N,'VELOX')
      IERR=0
C-----END VELOTXT-----
      END

```



```

SUBROUTINE VELOX(XL,XKR,PERM,POR,H,KR,N,QL,QG,FM,FMI,IERR)
C-----
C VELOCITY-CALCULATION BY MATRIX-MULTIPLICATION
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION XL(N),XKR(3,KR),PERM(3,3),H(KR),QL(N),QG(3),FM(9)
      &           ,FMI(9),V1(3),V2(3),FD(81),XLOC(3)

      CALL METRIC(XKR,XL,N,KR,FM,FMI,FD,IERR)
      IF (IERR.NE.0 .AND. IERR.NE.50) THEN
        DO 20 I=1,3
          XLOC(I)=.999*XL(I)
          CALL METRIC(XKR,XLOC,N,KR,FM,FMI,FD,IERR)
          IF (IERR.NE.0 .AND. IERR.NE.50) RETURN
        ENDIF
        CALL MMATB(N,KR,1,FD,H,V1)
        CALL MMAB(3,N,1,FM,V1,V2)
        CALL MMAB(3,3,1,PERM,V2,V1)
        DO 10 I=1,3
          10 QG(I)=-V1(I)/POR
          CALL MMATB(N,3,1,FM,QG,QL)
          RETURN
C-----END VELOX-----
      END

```

```

SUBROUTINE RUNGE(IEL,X1,DT,QL,QG,XKR,PERM,POR,H,KR,N,IERR)
C-----
C INTEGRATION BY 4TH ORDER RUNGE KUTTA METHOD
C-----
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION X1(3),QL(3),FKL(3,4),XK(3),FKG(3,4)
      &           ,XKR(3,*),PERM(*),H(*),FM(9),FMINV(9)
      &           ,QG(3),W(3),XG(3)

      DATA W/O.5D0,0.5D0,1D0/

      DO 10 I=1,N
        10 FKL(I,1)=QL(I)
        DO 20 I=1,3
          20 FKG(I,1)=QG(I)
          DO 200 J=1,3
            DO 100 I=1,N
              100 XK(I)=X1(I)+DT*W(J)*FKL(I,J)
              CALL VELOX(XK,XKR,PERM,POR,H,KR,N,FKL(1,J+1),FKG(1,J+1)
              &           ,FM,FMINV,IERR)
              IF (IERR.NE.0 .AND. IERR.NE.50) RETURN
            200 CONTINUE
            DO 300 I=1,N
              300 QL(I)=(FKL(I,1)+2D0*(FKL(I,2)+FKL(I,3))+FKL(I,4))/6D0
            DO 400 I=1,3
              400 QG(I)=(FKG(I,1)+2D0*(FKG(I,2)+FKG(I,3))+FKG(I,4))/6D0

            IF (IERR.EQ.50)
              & CALL WRERR(IEL,X1,KR,N,'RUNGE')

          RETURN
C-----END RUNGE-----
      END

```

```

SUBROUTINE METRIC(XKR,S,N,KR,SFM,SFMINV,FD,ICTR)
C-----
C CALCULATION OF THE METRIC TENSOR : GKOV,GKTR
C GIVEN BY G=SFMINV(TR)*SFMINV AND SFMINV BEING THE SINGULAR
C JACOBIAN
C SFMINV=DX/DS.
C CALCULATION OF SFM = SFMINV * G(-1) TO GET THE ANALOGON
C TO THE FUNCTIONAL MATRIX OF A N-N MAPPING.
C-----

```

```

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION XKR(3*KR),S(N),FD(KR*N),SFM(3*N),SFMINV(3*N)
      &           ,GKOV(9),GKTR(9)

      CALL JACOBI(XKR,S,KR,N,SFMINV,FD)
      IF (N.EQ.3) THEN
        CALL MINV3(3,SFMINV,SFM,DET,ICTR)
        RETURN
      ENDIF
      CALL MMABT(N,3,N,SFMINV,SFMINV,GKOV)
      CALL MINV3(N,GKOV,GKTR,DET,ICTR)
      IF (ICTR.NE.0 .AND. ICTR.NE.50) RETURN
      CALL MMATB(3,N,N,SFMINV,GKTR,SFM)
      RETURN
C-----END METRIC-----
      END

```

```

      SUBROUTINE VLNORM(KR,NAEXPP,VN)

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

      PARAMETER (H=5D-1,T=1D0/3D0)

      DIMENSION VN(*)

      HH=SQRT(H)
      TH=SQRT(T)
      N=NDIM(KR)

      DO 10 I=1,N
10  VN(I)=0D0

      IF (KR.EQ.3) THEN
        CONTINUE

      ELSEIF (KR.EQ.6) THEN
        IF (NAEXPP.EQ.1) THEN
          VN(1)=HH
          VN(2)=HH
        ELSEIF (NAEXPP.EQ.2) THEN
          VN(1)=-1D0
        ELSEIF (NAEXPP.EQ.3) THEN
          VN(2)=-1D0
        ENDIF

      ELSEIF (KR.EQ.8.OR.KR.EQ.9) THEN
        IF (NAEXPP.EQ.1.OR.NAEXPP.EQ.3) THEN
          VN(2)=NAEXPP-2D0
        ELSEIF (NAEXPP.EQ.2.OR.NAEXPP.EQ.4) THEN
          VN(1)=3D0-NAEXPP
        ENDIF

      ELSEIF (KR.EQ.10) THEN
        IF (NAEXPP.EQ.1) THEN
          VN(3)=-1D0
        ELSEIF (NAEXPP.EQ.2) THEN
          VN(1)=TH
          VN(2)=TH
          VN(3)=TH
        ELSEIF (NAEXPP.EQ.3) THEN
          VN(1)=-1D0
        ELSEIF (NAEXPP.EQ.4) THEN
          VN(2)=-1D0
        ENDIF

      ELSEIF (KR.EQ.13.OR.KR.EQ.14) THEN
        IF (NAEXPP.EQ.1) THEN
          VN(3)=-1D0
        ELSEIF (NAEXPP.EQ.2.OR.NAEXPP.EQ.4) THEN
          VN(2)=NAEXPP-3D0
        ELSEIF (NAEXPP.EQ.3.OR.NAEXPP.EQ.5) THEN
          VN(1)=4D0-NAEXPP

```

```

ENDIF
ELSEIF (KR.EQ.15.OR.KR.EQ.18) THEN
  IF(NAEXPP.EQ.1.OR.NAEXPP.EQ.2) THEN
    VN(3)=2D0*NAEXPP-3D0
  ELSEIF (NAEXPP.EQ.3) THEN
    VN(1)=HH
    VN(2)=HH
  ELSEIF (NAEXPP.EQ.4) THEN
    VN(1)=-1D0
  ELSEIF (NAEXPP.EQ.5) THEN
    VN(2)=-1D0
  ENDIF
ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.20.OR.KR.EQ.27) THEN
  IF(NAEXPP.EQ.1.OR.NAEXPP.EQ.2) THEN
    VN(1)=3D0-2D0*NAEXPP
  ELSEIF (NAEXPP.EQ.3.OR.NAEXPP.EQ.4) THEN
    VN(2)=7D0-2D0*NAEXPP
  ELSEIF (NAEXPP.EQ.5.OR.NAEXPP.EQ.6) THEN
    VN(3)=11D0-2D0*NAEXPP
  ENDIF
ENDIF

ENDIF

RETURN
C-----END VLNORM-----
END

```

```

SUBROUTINE VLTANG(KR,NA,VT)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  PARAMETER (H=5D-1,T=1D0/3D0)
  DIMENSION VT(*)

  HH=SQRT(H)
  TH=SQRT(T)
  N=NDIM(KR)

  DO 10 I=1,N
10 VT(I)=0D0

  IF(KR.EQ.3) THEN
    VT(1)=3D0-2D0*NA

  ELSEIF (KR.EQ.6) THEN
    IF(NA.EQ.1) THEN
      VT(1)=HH
      VT(2)=-HH
    ELSEIF (NA.EQ.2) THEN
      VT(2)=1D0
    ELSEIF (NA.EQ.3) THEN
      VT(1)=1D0
    ENDIF

  ELSEIF (KR.EQ.8.OR.KR.EQ.9) THEN
    IF(NA.EQ.1.OR.NA.EQ.3) THEN
      VT(1)=1D0
    ELSEIF (NA.EQ.2.OR.NA.EQ.4) THEN
      VT(2)=1D0
    ENDIF

  ELSEIF (KR.EQ.10) THEN
    IF(NA.EQ.12) THEN
      VT(1)=HH
      VT(2)=-HH
    ELSEIF (NA.EQ.13) THEN
      VT(2)=1D0
    ELSEIF (NA.EQ.14) THEN
      VT(1)=1D0
    ELSEIF (NA.EQ.23) THEN

```

```

      VT(2)=HH
      VT(3)=-HH
      ELSEIF (NA.EQ.24) THEN
      VT(1)=HH
      VT(3)=-HH
      ELSEIF (NA.EQ.34) THEN
      VT(3)=1DO
      ENDIF

      ELSEIF (KR.EQ.13.OR.KR.EQ.14) THEN
      IF(NA.EQ.12.OR.NA.EQ.14) THEN
      VT(1)=1DO
      ELSEIF (NA.EQ.13.OR.NA.EQ.15) THEN
      VT(2)=1DO
      ELSEIF (NA.EQ.25.OR.NA.EQ.34.OR.NA.EQ.45.OR.NA.EQ.23) THEN
      VT(3)=1DO
      ENDIF

      ELSEIF (KR.EQ.15.OR.KR.EQ.18) THEN
      IF(NA.EQ.13.OR.NA.EQ.23) THEN
      VT(1)=HH
      VT(2)=-HH
      ELSEIF (NA.EQ.14.OR.NA.EQ.24) THEN
      VT(2)=1DO
      ELSEIF (NA.EQ.15.OR.NA.EQ.25) THEN
      VT(1)=1DO
      ELSEIF (NA.EQ.34.OR.NA.EQ.35.OR.NA.EQ.45) THEN
      VT(3)=1DO
      ENDIF

      ELSEIF (KR.EQ.20.OR.KR.EQ.27) THEN
      IF(NA.EQ.46.OR.NA.EQ.45.OR.NA.EQ.35.OR.NA.EQ.36) THEN
      VT(1)=1DO
      ELSEIF (NA.EQ.16.OR.NA.EQ.15.OR.NA.EQ.25.OR.NA.EQ.26) THEN
      VT(2)=1DO
      ELSEIF (NA.EQ.14.OR.NA.EQ.13.OR.NA.EQ.23.OR.NA.EQ.24) THEN
      VT(3)=1DO
      ENDIF

      ENDIF

      RETURN
C-----END VLTANG-----
      END

```

```

SUBROUTINE PROJECT(NPROJ,KR,NAEXPP,X,XP)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(*),XP(*),XPP(3)

N=NDIM(KR)
CALL VEQV(N,XPP,X)
IF(NPROJ.EQ.1) THEN
  CALL PROJ1(KR,NAEXPP,X,XPP)
ELSEIF (NPROJ.EQ.2) THEN
  CALL PROJ2(KR,NAEXPP,X,XPP)
ENDIF
CALL VEQV(N,XP,XPP)
RETURN
C-----END PROJECT-----
      END

```

```

SUBROUTINE PROJ1(KR,NAEX,X,XP)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
PARAMETER (Z=0DO,H=.5DO,T=1DO/3DO)
DIMENSION X(*),XP(*)

N=NDIM(KR)
CALL VEQV(N,XP,X)

```

```

IF(KR.EQ.3) THEN
  XP(1)=Z
ELSEIF (KR.EQ.6) THEN
  IF(NAEX.EQ.1) THEN
    XP(1)=H*(X(1)-X(2))
    XP(2)=-XP(1)
  ELSEIF (NAEX.EQ.2) THEN
    XP(1)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.3) THEN
    XP(2)=Z
  ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.8.OR.KR.EQ.9) THEN
  IF(NAEX.EQ.1.OR.NAEX.EQ.3) THEN
    XP(2)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.2.OR.NAEX.EQ.4) THEN
    XP(1)=Z
  ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.10) THEN
  IF(NAEX.EQ.1) THEN
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.2) THEN
    XP(1)=T*(2DO*X(1)-X(2)-X(3))
    XP(2)=T*(2DO*X(2)-X(3)-X(1))
    XP(3)=T*(2DO*X(3)-X(1)-X(2))
  ELSEIF (NAEX.EQ.3) THEN
    XP(1)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.4) THEN
    XP(2)=Z
  ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.13.OR.KR.EQ.14) THEN
  IF(NAEX.EQ.1) THEN
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.2.OR.NAEX.EQ.4) THEN
    XP(2)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.3.OR.NAEX.EQ.5) THEN
    XP(1)=Z
  ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.15.OR.KR.EQ.18) THEN
  IF(NAEX.EQ.1.OR.NAEX.EQ.2) THEN
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.3) THEN
    XP(1)=H*(X(1)-X(2))
    XP(2)=-XP(1)
  ELSEIF (NAEX.EQ.4) THEN
    XP(1)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.5) THEN
    XP(2)=Z
  ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.20.OR.KR.EQ.27) THEN
  IF(NAEX.EQ.1.OR.NAEX.EQ.2) THEN
    XP(1)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.3.OR.NAEX.EQ.4) THEN
    XP(2)=Z
  ELSEIF (NAEX.EQ.5.OR.NAEX.EQ.6) THEN
    XP(3)=Z
  ENDIF

ENDIF
RETURN
C-----END PROJ1-----
END

```

SUBROUTINE PROJ2(KR,NA,X,XP)

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
 PARAMETER (Z=0D0,H=.5D0,T=1D0/3D0)  
 DIMENSION X(\*),XP(\*)

```

N=NDIM(KR)
IF(N.LT.3) THEN      !* DIM < 3
  DO 10 I=1,N
10   XP(I)=Z
  RETURN
ENDIF

CALL VEQV(N,XP,X)

IF(KR.EQ.10) THEN
  IF(NA.EQ.12) THEN
    XP(1)=H*(X(1)-X(2))
    XP(2)=-XP(1)
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.13) THEN
    XP(1)=Z
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.14) THEN
    XP(2)=Z
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.23) THEN
    XP(1)=Z
    XP(2)=H*(X(2)-X(3))
    XP(3)=-XP(2)
  ELSEIF (NA.EQ.24) THEN
    XP(1)=H*(X(3)-X(1))
    XP(2)=Z
    XP(3)=-XP(1)
  ELSEIF (NA.EQ.34) THEN
    XP(1)=Z
    XP(2)=Z
  ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.13.OR.KR.EQ.14) THEN
  IF(NA.EQ.12.OR.NA.EQ.14) THEN
    XP(2)=Z
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.13.OR.NA.EQ.15) THEN
    XP(1)=Z
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.25.OR.NA.EQ.34.OR.NA.EQ.45.OR.NA.EQ.23) THEN
    XP(1)=Z
    XP(2)=Z
  ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.15.OR.KR.EQ.18) THEN
  IF(NA.EQ.13.OR.NA.EQ.23) THEN
    XP(1)=H*(X(1)-X(2))
    XP(2)=-XP(1)
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.14.OR.NA.EQ.24) THEN
    XP(1)=Z
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.15.OR.NA.EQ.25) THEN
    XP(2)=Z
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.34.OR.NA.EQ.35.OR.NA.EQ.45) THEN
    XP(1)=Z
    XP(2)=Z
  ENDIF

ELSEIF (KR.EQ.20.OR.KR.EQ.27) THEN
  IF(NA.EQ.46.OR.NA.EQ.45.OR.NA.EQ.35.OR.NA.EQ.36) THEN
    XP(2)=Z
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.16.OR.NA.EQ.15.OR.NA.EQ.25.OR.NA.EQ.26) THEN
    XP(1)=Z
    XP(3)=Z
  ELSEIF (NA.EQ.14.OR.NA.EQ.13.OR.NA.EQ.23.OR.NA.EQ.24) THEN
    XP(1)=Z
    XP(2)=Z
  ENDIF

```

```

      ENDIF
      RETURN
C-----END PROJ2-----
      END

```

```

      SUBROUTINE JACOBI(XKR,S,KR,N,SFMINV,FD)

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION XKR(3,KR),S(N),SFMINV(N,3),FD(3*KR)
      CALL KRFID(S,FD,KR)
      CALL MMATBT(N,KR,3,FD,XKR,SFMINV)
      RETURN
C-----END JACOBI-----
      END

```

```

      SUBROUTINE GETPERM(PERA,PERM)

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

      DIMENSION PERA(6),PERM(3,3)
      K=0
      DO 100 J=1,3
        DO 100 I=1,J
          K=K+1
          PERM(I,J)=PERA(K)
          IF (I.NE.J) PERM(J,I)=PERM(I,J)
100 CONTINUE
      RETURN
C-----END GETPERM-----
      END

```

```

      SUBROUTINE GETPOT(KR,NELC,POT,HEAD)

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION NELC(KR),POT(*),HEAD(KR)

      DO 100 I=1,KR
100 HEAD(I)=POT(NELC(I))
      RETURN
C-----END GETPOT-----
      END

```

```

      SUBROUTINE GETXKR(KR,COOR,NELC,XKR)

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION COOR(3,*),NELC(KR),XKR(3,KR)

      DO 100 J=1,KR
        NIC=NELC(J)
        DO 100 I=1,3
100 XKR(I,J)=COOR(I,NIC)

      RETURN
C-----END GETXKR-----
      END

```

```

      FUNCTION SHAPEH(XL,HEAD,KR)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION XL(*),HEAD(*),F(27)
      CALL KRFI(XL,F,KR)
      CALL MMAB(1,KR,1,F,HEAD,SHAPEH)
      RETURN
C-----END SHAPEH-----
      END

```

SUBROUTINE SHAPEV(VL,VG,XKR,KR)

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
 DIMENSION VL(\*),VG(3),XKR(3,KR),F(27)  
 CALL KRFI(VL,F,KR)  
 CALL MMABT(1,KR,3,F,XKR,VG)  
 RETURN

C-----END SHAPEV-----  
 END

SUBROUTINE SHAPEX(XL,XG,XKR,KR)

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
 COMMON /ORIGIN/ XORIG(3)

DIMENSION XL(3),XG(3),XKR(3,KR),F(27)  
 CALL KRFI(XL,F,KR)  
 CALL MMABT(1,KR,3,F,XKR,XG)  
 DO 10 I=1,3  
 10 XG(I)=XG(I)+XORIG(I)  
 RETURN

C-----END SHAPEX-----  
 END

FUNCTION NUMAREA(KR)

IF (KR.EQ.3) THEN  
 NUMAREA=2  
 ELSEIF (KR.EQ.6) THEN  
 NUMAREA=3  
 ELSEIF (KR.EQ.8.OR.KR.EQ.9) THEN  
 NUMAREA=4  
 ELSEIF (KR.EQ.10) THEN  
 NUMAREA=4  
 ELSEIF (KR.EQ.13.OR.KR.EQ.14) THEN  
 NUMAREA=5  
 ELSEIF (KR.EQ.15.OR.KR.EQ.18) THEN  
 NUMAREA=5  
 ELSEIF (KR.EQ.20.OR.KR.EQ.27) THEN  
 NUMAREA=6  
 ELSE  
 NUMAREA=0  
 ENDIF  
 RETURN

C-----END NUMAREA-----  
 END

LOGICAL FUNCTION KRTEST(KR)

C 14-, 18- and 27-node elements not used!  
 C KRTEST=(KR.EQ.3.OR.KR.EQ.6.OR.KR.EQ.8.OR.  
 C & KR.EQ.10.OR.KR.EQ.9.OR.KR.EQ.15.OR.  
 C & KR.EQ.13.OR.KR.EQ.14.OR.  
 C & KR.EQ.18.OR.KR.EQ.20.OR.KR.EQ.27)  
 KRTEST=(KR.EQ.3 .OR. KR.EQ.6 .OR. KR.EQ.8. OR.  
 & KR.EQ.10 .OR. KR.EQ.13 .OR. KR.EQ.15 .OR. KR.EQ.20)  
 RETURN

C-----END KRTEST-----  
 END

FUNCTION NDIM(KR)

IF (KR.LT.4) THEN  
 NDIM=1  
 ELSEIF (KR.LT.10) THEN  
 NDIM=2



```

ELSE
  NDIM=3
ENDIF
RETURN
C-----END NDIM-----
END

```

```

SUBROUTINE LSTART(KR,X)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(3)

C---- Starting point for SEARCH-----
IF(KR.EQ.6) THEN
  X(1)=1D0/3D0
  X(2)=1D0/3D0
ELSEIF (KR.EQ.10) THEN
  X(1)=0.25D0
  X(2)=0.25D0
  X(3)=0.25D0
ELSEIF (KR.EQ.15 .OR. KR.EQ.18) THEN
  X(1)=1D0/3D0
  X(2)=1D0/3D0
  X(3)=0D0
ELSE
  X(1)=0D0
  X(2)=0D0
  X(3)=0D0
ENDIF
C-----END LSTART-----
END

```

```

SUBROUTINE KRF1(XL,F,KR)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XL(*),F(*)

C-----
C   KRF1 CALLS THE SPECIFIED SHAPEFUNCTION TO SET F(XL)
C-----
IF (KR.EQ.10) CALL IF410(XL,F)
IF (KR.EQ.13) CALL IF513(XL,F)
IF (KR.EQ.15) CALL IF615(XL,F)
IF (KR.EQ.18) CALL IF618(XL,F)
IF (KR.EQ.20) CALL IF820(XL,F)
IF (KR.EQ.27) CALL IF827(XL,F)
IF (KR.EQ. 3) CALL IF23(XL,F)
IF (KR.EQ. 6) CALL IF36(XL,F)
IF (KR.EQ. 8) CALL IF48(XL,F)
IF (KR.EQ. 9) CALL IF49(XL,F)

RETURN
C-----END KRF1-----
END

```

```

SUBROUTINE KRFID(XL,FD,KR)

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XL(*),FD(*)

C-----
C   KRFID CALLS THE DERIVATIVE OF THE SHAPEFUNCTION TO SET FD(XL)
C-----
IF (KR.EQ.10) CALL IFD410(XL,FD)
IF (KR.EQ.13) CALL IFD513(XL,FD)
IF (KR.EQ.15) CALL IFD615(XL,FD)
IF (KR.EQ.18) CALL IFD618(XL,FD)
IF (KR.EQ.20) CALL IFD820(XL,FD)
IF (KR.EQ.27) CALL IFD827(XL,FD)
IF (KR.EQ. 3) CALL IFD23(XL,FD)
IF (KR.EQ. 6) CALL IFD36(XL,FD)

```

```

      IF (KR.EQ. 8) CALL IFD48(XL,FD)
      IF (KR.EQ. 9) CALL IFD49(XL,FD)

      RETURN
C-----END KRFID-----
      END

```

```

      FUNCTION ICYCLE(IPOINT,INCR,LE)
      ICYCLE=MOD(IPOINT+INCR,LE)
      IF (ICYCLE.LE.0) ICYCLE=ICYCLE+LE
      RETURN
C-----END ICYCLE-----
      END

```

```

      SUBROUTINE ISORT(N,IAR,IARORD)

      DIMENSION IAR(N),IARORD(N)

      DO 100 I=1,N
100  IARORD(I)=IAR(I)

      IPOS=1
200  CONTINUE
      IF (IPOS.GT.N) RETURN
      IMIN=IPOS
      IAMIN=IARORD(IPOS)
      DO 300 I=IPOS+1,N
          IF (IARORD(I).LT.IAMIN) THEN
              IAMIN=IARORD(I)
              IMIN=I
          ENDIF
300  CONTINUE
      MIP=IARORD(IPOS)
      IARORD(IPOS)=IAMIN
      IARORD(IMIN)=MIP
      IEQ=0
      DO 400 I=IPOS+1,N
          IF (IARORD(I).EQ.IAMIN) THEN
              IEQ=IEQ+1
              MIP=IARORD(IPOS+IEQ)
              IARORD(IPOS+IEQ)=IAMIN
              IARORD(I)=MIP
          ENDIF
400  CONTINUE
      IPOS=IPOS+IEQ+1
      GOTO 200
C-----END ISORT-----
      END

```

```

      LOGICAL FUNCTION ANDV(N,LOG)
      LOGICAL LOG(*)
      ANDV=LOG(1)
      DO 100 I=2,N
100  ANDV=(ANDV.AND.LOG(I))
      RETURN
C-----END ANDV-----
      END

```

```

      SUBROUTINE IVEQV(N,IV1,IV2)
      DIMENSION IV1(N),IV2(N)

      DO 100 I=1,N
100  IV1(I)=IV2(I)
      RETURN
C-----END IVEQV-----
      END

```

```

SUBROUTINE IVINIT(N,IV,IVAL)
DIMENSION IV(N)

IF (N.LT.1) RETURN
DO 100 I=1,N
100 IV(I)=IVAL
RETURN
C-----END IVINIT-----
END

SUBROUTINE MINV3(N,A,AV,DET,IER)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(N,N),AV(N,N)
C -----
C   Inverse of a matrix A(N,N) for N=1,2 and 3
C -----

C----- ERROR-PARAMETER IER -----
C
C   IER=0 : CALCULATIONS OKAY
C   IER=60 : SPACE-DIMENSION NOT OKAY
C   IER=10 : DETERMINANT=0
C   IER=50 : DETERMINANT<0
C-----

IER=0
IF (N.LT.1 .OR. N.GT.3) GOTO 60
IF (N.EQ.1) THEN
  DET=A(1,1)
  IF (DET.LT.0) THEN
    IER=50
  ELSEIF (DET.EQ.0) THEN
    GOTO 50
  ENDIF
10  AV(1,1)=1./A(1,1)
  ELSEIF(N.EQ.2) THEN
    DET=A(1,1)*A(2,2)-A(1,2)*A(2,1)
    IF (DET.LT.0) THEN
      IER=50
    ELSEIF (DET.EQ.0) THEN
      GOTO 50
    ENDIF
20  DETV=1./DET
    AV(1,1)= A(2,2)*DETV
    AV(1,2)=-A(1,2)*DETV
    AV(2,1)=-A(2,1)*DETV
    AV(2,2)= A(1,1)*DETV
  ELSE IF(N.EQ.3) THEN
    AM11=A(2,2)*A(3,3)-A(2,3)*A(3,2)
    AM12=-(A(2,1)*A(3,3)-A(2,3)*A(3,1))
    AM13=A(2,1)*A(3,2)-A(2,2)*A(3,1)
    AM21=-(A(1,2)*A(3,3)-A(1,3)*A(3,2))
    AM22=A(1,1)*A(3,3)-A(1,3)*A(3,1)
    AM23=-(A(1,1)*A(3,2)-A(1,2)*A(3,1))
    AM31=A(1,2)*A(2,3)-A(1,3)*A(2,2)
    AM32=-(A(1,1)*A(2,3)-A(1,3)*A(2,1))
    AM33=A(1,1)*A(2,2)-A(1,2)*A(2,1)
    DET=A(1,1)*AM11+A(1,2)*AM12+A(1,3)*AM13
    IF (DET.LT.0) THEN
      IER=50
    ELSEIF (DET.EQ.0) THEN
      GOTO 50
    ENDIF
30  DETV=1./DET
    AV(1,1)=AM11*DETV
    AV(1,2)=AM21*DETV
    AV(1,3)=AM31*DETV
    AV(2,1)=AM12*DETV
    AV(2,2)=AM22*DETV
    AV(2,3)=AM32*DETV
    AV(3,1)=AM13*DETV
    AV(3,2)=AM23*DETV
    AV(3,3)=AM33*DETV

```

```

ENDIF
RETURN
50 IER=10
RETURN
60 IER=60
END

```

```

SUBROUTINE MMAB(IMX,JMX,KMX,A,B,C)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(IMX,JMX),B(JMX,KMX),C(IMX,KMX)
INTEGER CO
-----
C Multiplication [A]*[B]=[C]: line of [A] by column of [B]
C -----
DO 30 LI=1,IMX
DO 20 CO=1,KMX
SUM=0.
DO 10 J=1,JMX
10 SUM=SUM+A(LI,J)*B(J,CO)
20 C(LI,CO)=SUM
30 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MMABT(IMX,JMX,KMX,A,B,C)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(IMX,JMX),B(KMX,JMX),C(IMX,KMX)
-----
C MATRIX-MULTIPLICATION [A]*[B]TR=[C] LINE OF [A] BY LINE OF [B]
C -----
DO 30 LIA=1,IMX
DO 20 LIB=1,KMX
SUM=0.
DO 10 J=1,JMX
10 SUM=SUM+A(LIA,J)*B(LIB,J)
20 C(LIA,LIB)=SUM
30 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MMATB(IMX,JMX,KMX,A,B,C)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(JMX,IMX),B(JMX,KMX),C(IMX,KMX)
INTEGER COA,COB
-----
C MATRIX-MULTIPLICATION [A]TR*[B]=[C] COLUMN [A] BY COLUMN [B]
C -----
DO 30 COA=1,IMX
DO 20 COB=1,KMX
SUM=0.
DO 10 J=1,JMX
10 SUM=SUM+A(J,COA)*B(J,COB)
20 C(COA,COB)=SUM
30 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE MMATBT(IMX,JMX,KMX,A,B,C)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(JMX,IMX),B(KMX,JMX),C(IMX,KMX)
INTEGER COA
-----
C MATRIX-MULTIPLICATION [A]TR*[B]TR=[C] COLUMN OF [A] BY LINE OF [B]
C -----
DO 30 COA=1,IMX
DO 20 LIB=1,KMX
SUM=0.

```

```

      DO 10 J=1, JMX
10     SUM=SUM+A(J, COA)*B(LIB, J)
20     C(COA, LIB)=SUM
30     CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

      LOGICAL FUNCTION ORV(N, LOG)
      LOGICAL LOG(*)
      ORV=LOG(1)
      DO 100 I=2, N
100    ORV=(ORV.OR.LOG(I))
      RETURN
C-----END ORV-----
      END

```

```

      SUBROUTINE TRAN(LMX, KMX, A, AT)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
      DIMENSION A(LMX, KMX), AT(KMX, LMX)
C-----
C   Transpose of [A] to [AT]
C-----
      DO 10 LI=1, LMX
      DO 10 KO=1, KMX
10     AT(KO, LI)=A(LI, KO)
      END

```

```

      FUNCTION VABS(N, V)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
      DIMENSION V(N)

      ENTRY R8VABS(N, V)

      VQ=ODO
      DO 100 I=1, N
100    VQ=VQ+V(I)**2
      VABS=SQRT(VQ)
      R8VABS=VABS
      RETURN
C-----END VABS-----
      END

```

```

      SUBROUTINE VDIF(N, V1, V2, VD)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
      DIMENSION V1(N), V2(N), VD(N)

      ENTRY R8VDIF(N, V1, V2, VD)

      DO 100 I=1, N
100    VD(I)=V1(I)-V2(I)
      RETURN
C-----END VDIF-----
      END

```

```

      SUBROUTINE VEQV(N, V1, V2)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
      DIMENSION V1(N), V2(N)

      ENTRY R8VEQV(N, V1, V2)

      DO 100 I=1, N
100    V1(I)=V2(I)
      RETURN
C-----END VEQV-----
      END

```

```

SUBROUTINE VINIT(N,V,VAL)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION V(N)

  IF (N.LT.1) RETURN
  DO 100 I=1,N
    V(I)=VAL
  RETURN
C-----END VINIT-----
END

SUBROUTINE VPROJ(N,VDIR,VBAS,VRES)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION VDIR(N),VBAS(N),VRES(N)

  VDABSQ=0D0
  DO 100 I=1,N
    100 VDABSQ=VDABSQ+VDIR(I)**2

    IF (VDABSQ.GT.0D0) THEN
      VDB=0D0
      DO 200 I=1,N
        200 VDB=VDB+VDIR(I)*VBAS(I)
      DO 300 I=1,N
        300 VRES(I)=VDIR(I)*VDB/VDABSQ
      ELSE
        DO 400 I=1,N
          400 VRES(I)=0D0
        ENDIF
      RETURN
C-----END VPROJ-----
END

FUNCTION VSCP(N,V1,V2)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION V1(N),V2(N)

  ENTRY R8VSCP(N,V1,V2)

  VSCP=0D0
  DO 100 I=1,N
    100 VSCP=VSCP+V1(I)*V2(I)
  R8VSCP=VSCP
  RETURN
C-----END VSCP-----
END

SUBROUTINE VSUM(N,V1,V2,VS)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION V1(N),V2(N),VS(N)

  ENTRY R8VSUM(N,V1,V2,VS)

  DO 100 I=1,N
    100 VS(I)=V1(I)+V2(I)
  RETURN
C-----END VSUM-----
END

SUBROUTINE VUNIT(N,V,VU)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION V(N),VU(N)

  A=VABS(N,V)

```

```

      IF(A.GT.0D0) THEN
        DO 10 I=1,N
10      VU(I)=V(I)/A
      ELSE
        DO 20 I=1,N
20      VU(I)=0D0
      ENDIF
      RETURN
C-----END VUNIT-----
      END

```

```

      SUBROUTINE IAUX615(A1,A2,A3,A4,A5,A6,UM,UP,UQ,F)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION F(15)
C-----

```

```

      F(2)=UM*A2
      F(4)=UM*A4
      F(6)=UM*A6
      F(7)=UQ*A1
      F(8)=UQ*A3
      F(9)=UQ*A5
      F(11)=UP*A2
      F(13)=UP*A4
      F(15)=UP*A6
      F(1)=UM*A1-0.5*(F(6)+F(2)+F(7))
      F(3)=UM*A3-0.5*(F(2)+F(4)+F(8))
      F(5)=UM*A5-0.5*(F(4)+F(6)+F(9))
      F(10)=UP*A1-0.5*(F(15)+F(11)+F(7))
      F(12)=UP*A3-0.5*(F(11)+F(13)+F(8))
      F(14)=UP*A5-0.5*(F(13)+F(15)+F(9))
      END

```

```

      SUBROUTINE IAUX820(UM,UP,UQ,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,F)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION F(20)
C-----

```

```

      F(2)=UM*A2
      F(4)=UM*A4
      F(6)=UM*A6
      F(8)=UM*A8
      F(9)=UQ*A1
      F(10)=UQ*A3
      F(11)=UQ*A5
      F(12)=UQ*A7
      F(14)=UP*A2
      F(16)=UP*A4
      F(18)=UP*A6
      F(20)=UP*A8
      F(1)=UM*A1-0.5*(F(8)+F(2)+F(9))
      F(3)=UM*A3-0.5*(F(2)+F(4)+F(10))
      F(5)=UM*A5-0.5*(F(4)+F(6)+F(11))
      F(7)=UM*A7-0.5*(F(6)+F(8)+F(12))
      F(13)=UP*A1-0.5*(F(20)+F(14)+F(9))
      F(15)=UP*A3-0.5*(F(14)+F(16)+F(10))
      F(17)=UP*A5-0.5*(F(16)+F(18)+F(11))
      F(19)=UP*A7-0.5*(F(18)+F(20)+F(12))
      END

```

```

      SUBROUTINE IF23(XI,F)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION XI(1),F(3)
C-----

```

```

      S=XI(1)
      F(2)=1.-S*S
      F(1)=0.5*(1.-S)-0.5*F(2)
      F(3)=0.5*(1.+S)-0.5*F(2)
      END

```

```

SUBROUTINE IF36(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(6),XI(*)

```

```

C -----
AL=XI(1)
BL=XI(2)
CL=1.-AL-BL
F(2)=4.*AL*BL
F(4)=4.*BL*CL
F(6)=4.*CL*AL
F(1)=AL-0.5*(F(6)+F(2))
F(3)=BL-0.5*(F(2)+F(4))
F(5)=CL-0.5*(F(4)+F(6))
END

```

```

SUBROUTINE IF410(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XI(3),F(10)

```

```

C -----
AL=XI(1)
BL=XI(2)
CL=XI(3)
DL=1.-AL-BL-CL
F(2)=4.*AL*BL
F(8)=4.*BL*CL
F(7)=4.*CL*AL
F(6)=4.*AL*DL
F(4)=4.*BL*DL
F(9)=4.*CL*DL
F(1)=AL-0.5*(F(7)+F(2)+F(6))
F(3)=BL-0.5*(F(2)+F(8)+F(4))
F(10)=CL-0.5*(F(8)+F(7)+F(9))
F(5)=DL-0.5*(F(6)+F(4)+F(9))
END

```

```

SUBROUTINE IF48(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(8),XI(*)
FL(S)=0.5*(1.+S)
FQ(S)=1.-S*S

```

```

C -----
S=XI(1)
T=XI(2)
F(2)=FQ(S)*FL(-T)
F(4)=FL(S)*FQ(T)
F(6)=FQ(S)*FL(T)
F(8)=FL(-S)*FQ(T)
F(1)=FL(-S)*FL(-T)-0.5*(F(8)+F(2))
F(3)=FL(S)*FL(-T)-0.5*(F(2)+F(4))
F(5)=FL(S)*FL(T)-0.5*(F(4)+F(6))
F(7)=FL(-S)*FL(T)-0.5*(F(6)+F(8))
END

```

```

SUBROUTINE IF49(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(9),XI(*)
FC(S)=0.5*(S*S+S)
FQ(S)=1.-S*S

```

```

C -----
S=XI(1)
T=XI(2)
F(1)=FC(-S)*FC(-T)
F(2)=FQ(S)*FC(-T)
F(3)=FC(S)*FC(-T)
F(4)=FC(S)*FQ(T)
F(5)=FC(S)*FC(T)

```



```

F(6)=FQ(S)*FC(T)
F(7)=FC(-S)*FC(T)
F(8)=FC(-S)*FQ(T)
F(9)=FQ(S)*FQ(T)
END

```

```

SUBROUTINE IF513(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XI(3),F(13)
FL(S)=0.5*(1.+S)
FQ(S)=1.-S*S

```

C

```

-----
S=XI(1)
T=XI(2)
U=XI(3)
A1= FL(-S)*FL(-T)
A3= FL(S)*FL(-T)
A5= FL(S)*FL(T)
A7= FL(-S)*FL(T)
UM=FL(-U)
UQ=FQ(U)

```

C

```

-----
F(2)=FQ(S)*FL(-T)*UM
F(4)=FL(S)*FQ(T)*UM
F(6)=FQ(S)*FL(T)*UM
F(8)=FL(-S)*FQ(T)*UM
F(9)=A1*UQ
F(10)=A3*UQ
F(11)=A5*UQ
F(12)=A7*UQ
F(1)=A1*UM-0.5*(F(8)+F(2)+F(9))
F(3)=A3*UM-0.5*(F(2)+F(4)+F(10))
F(5)=A5*UM-0.5*(F(4)+F(6)+F(11))
F(7)=A7*UM-0.5*(F(6)+F(8)+F(12))
F(13)=FL(U)-0.5*UQ
END

```

```

SUBROUTINE IF615(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XI(3),F(15)

```

C

```

-----
AL=XI(1)
BL=XI(2)
CL=1.-AL-BL
U=XI(3)
A2=4.*AL*BL
A4=4.*BL*CL
A6=4.*CL*AL
UM=0.5*(1.-U)
UP=0.5*(1.+U)
UQ=1.-U*U
CALL IAUX615(AL,A2,BL,A4,CL,A6,UM,UP,UQ,F)
END

```

```

SUBROUTINE IF618(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(18),XI(3),FT(6),FU(3)

```

C

```

-----
AL=XI(1)
BL=XI(2)
CL=1.-AL-BL
U=XI(3)
FT(1)=AL*(AL+AL-1.)
FT(3)=BL*(BL+BL-1.)
FT(5)=CL*(CL+CL-1.)
FT(2)=4.*AL*BL
FT(4)=4.*BL*CL
FT(6)=4.*CL*AL
FU(1)=0.5*(U*U-U)

```

```

FU(2)=1.-U*U
FU(3)=0.5*(U*U+U)
N=0
DO 20 IU=1,3
  A=FU(IU)
  DO 10 IT=1,6
    N=N+1
    F(N)=FT(IT)*A
10  CONTINUE
20  CONTINUE
END

```

```

SUBROUTINE IF820(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XI(3),F(20)
FL(S)=0.5*(1.+S)
FQ(S)=1.-S*S
-----
C
S=XI(1)
T=XI(2)
U=XI(3)
A2= FQ( S)*FL(-T)
A4= FL( S)*FQ( T)
A6= FQ( S)*FL( T)
A8= FL(-S)*FQ( T)
A1= FL(-S)*FL(-T)
A3= FL( S)*FL(-T)
A5= FL( S)*FL( T)
A7= FL(-S)*FL( T)
UM= FL(-U)
UP= FL(U)
UQ= FQ(U)
CALL IAUX820(UM,UP,UQ,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,F)
END

```

```

SUBROUTINE IF827(XI,F)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION F(27),SQ(3),TQ(3),UQ(3),XI(3),NUM(27)
DATA NUM/1,2,3,8,9,4,7,6,5,10,11,12,17,18,13,16,15,14,
1 19,20,21,26,27,22,25,24,23/
-----
C
FC(S)=0.5*(S*S+S)
FQ(S)=1.-S*S

S=XI(1)
T=XI(2)
U=XI(3)
SQ(1)=FC(-S)
SQ(2)=FQ(S)
SQ(3)=FC( S)
TQ(1)=FC(-T)
TQ(2)=FQ(T)
TQ(3)=FC( T)
UQ(1)=FC(-U)
UQ(2)=FQ(U)
UQ(3)=FC( U)
L=0
DO 30 IU=1,3
  UQI=UQ(IU)
  DO 20 IT=1,3
    TQI=TQ(IT)
    DO 10 IS=1,3
      L=L+1
      N=NUM(L)
      F(N)=UQI*TQI*SQ(IS)
10  CONTINUE
20  CONTINUE
30  CONTINUE
END

```

```

SUBROUTINE IFD23(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XI(1),FD(3)

```

```

C -----
S=XI(1)
FD(2)=-S-S
FD(1)=-0.5-0.5*FD(2)
FD(3)= 0.5-0.5*FD(2)
END

```

```

SUBROUTINE IFD36(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FD(6,2),XI(*)

```

```

C -----
AL=XI(1)
BL=XI(2)
CL=1.-AL-BL
FD(2,1)= 4.*BL
FD(4,1)=-4.*BL
FD(6,1)= 4.*(CL-AL)
FD(1,1)= 1.-0.5*(FD(6,1)+FD(2,1))
FD(3,1)= -0.5*(FD(2,1)+FD(4,1))
FD(5,1)=-1.-0.5*(FD(4,1)+FD(6,1))
C -----
FD(2,2)= 4.*AL
FD(4,2)= 4.*(CL-BL)
FD(6,2)=-4.*AL
FD(1,2)= -0.5*(FD(6,2)+FD(2,2))
FD(3,2)= 1.-0.5*(FD(2,2)+FD(4,2))
FD(5,2)=-1.-0.5*(FD(4,2)+FD(6,2))
END

```

```

SUBROUTINE IFD410(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XI(3),FD(10,3)

```

```

C -----
AL=XI(1)
BL=XI(2)
CL=XI(3)
DL=1.-AL-BL-CL
C -----
FD(2,1)=4.*BL
FD(8,1)=0.
FD(7,1)=4.*CL
FD(6,1)=4.*(DL-AL)
FD(4,1)=-4.*BL
FD(9,1)=-4.*CL
FD(1,1) = 1.-0.5*(FD(6,1)+FD(2,1)+FD(7,1))
FD(3,1) = -0.5*(FD(2,1)+FD(4,1)+FD(8,1))
FD(10,1) = -0.5*(FD(8,1)+FD(7,1)+FD(9,1))
FD(5,1) = -1.-0.5*(FD(6,1)+FD(4,1)+FD(9,1))
C -----
FD(2,2)=4.*AL
FD(8,2)=4.*CL
FD(7,2)=0.
FD(6,2)=-4.*AL
FD(4,2)=4.*(DL-BL)
FD(9,2)=-4.*CL
FD(1,2) = -0.5*(FD(6,2)+FD(2,2)+FD(7,2))
FD(3,2) = 1.-0.5*(FD(2,2)+FD(4,2)+FD(8,2))
FD(10,2) = -0.5*(FD(8,2)+FD(7,2)+FD(9,2))
FD(5,2) = -1.-0.5*(FD(6,2)+FD(4,2)+FD(9,2))
C -----
FD(2,3)=0.
FD(8,3)=4.*BL
FD(7,3)=4.*AL
FD(6,3)=-4.*AL
FD(4,3)=-4.*BL
FD(9,3)=4.*(DL-CL)
FD(1,3) = -0.5*(FD(6,3)+FD(2,3)+FD(7,3))

```

```

FD(3,3) = -0.5*(FD(2,3)+FD(4,3)+FD(8,3))
FD(10,3) = 1.-0.5*(FD(8,3)+FD(7,3)+FD(9,3))
FD(5,3) = -1.-0.5*(FD(6,3)+FD(4,3)+FD(9,3))

```

C

```

-----
END

```

```

SUBROUTINE IFD48(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FD(8,2),XI(*)
FL(S)=0.5*(1.+S)
FQ(S)=1.-S*S
DFQ(S)=-S-S

```

C

```

-----
S=XI(1)
T=XI(2)
FD(2,1)=DFQ(S)*FL(-T)
FD(4,1)=0.5*FQ(T)
FD(6,1)=DFQ(S)*FL(T)
FD(8,1)=-0.5*FQ(T)
FD(1,1)=-0.5*FL(-T)-0.5*(FD(8,1)+FD(2,1))
FD(3,1)=0.5*FL(-T)-0.5*(FD(2,1)+FD(4,1))
FD(5,1)=0.5*FL(T)-0.5*(FD(4,1)+FD(6,1))
FD(7,1)=-0.5*FL(T)-0.5*(FD(6,1)+FD(8,1))

```

C

```

-----
FD(2,2)=FQ(S)*(-0.5)
FD(4,2)=FL(S)*DFQ(T)
FD(6,2)=FQ(S)*0.5
FD(8,2)=FL(-S)*DFQ(T)
FD(1,2)=-0.5*FL(-S)-0.5*(FD(8,2)+FD(2,2))
FD(3,2)=-0.5*FL(S)-0.5*(FD(2,2)+FD(4,2))
FD(5,2)=0.5*FL(S)-0.5*(FD(4,2)+FD(6,2))
FD(7,2)=0.5*FL(-S)-0.5*(FD(6,2)+FD(8,2))
END

```

```

SUBROUTINE IFD49(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FD(9,2),XI(*)
FC(S)=0.5*(S*S+S)
FQ(S)=1.-S*S

```

C

```

-----
S=XI(1)
T=XI(2)
FD(1,1)=(S-0.5)*FC(-T)
FD(2,1)=(-S-S)*FC(-T)
FD(3,1)=(S+0.5)*FC(-T)
FD(4,1)=(S+0.5)*FQ(T)
FD(5,1)=(S+0.5)*FC(T)
FD(6,1)=(-S-S)*FC(T)
FD(7,1)=(S-0.5)*FC(T)
FD(8,1)=(S-0.5)*FQ(T)
FD(9,1)=(-S-S)*FQ(T)

```

C

```

-----
FD(1,2)=FC(-S)*(T-0.5)
FD(2,2)=FQ(S)*(T-0.5)
FD(3,2)=FC(S)*(T-0.5)
FD(4,2)=FC(S)*(-T-T)
FD(5,2)=FC(S)*(T+0.5)
FD(6,2)=FQ(S)*(T+0.5)
FD(7,2)=FC(-S)*(T+0.5)
FD(8,2)=FC(-S)*(-T-T)
FD(9,2)=FQ(S)*(-T-T)
END

```

```

SUBROUTINE IFD513(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FD(13,3),XI(3)
FL(S)=0.5*(1.+S)
FQ(S)=1.-S*S

```

C

```

-----

```

```

S=XI(1)
T=XI(2)
U=XI(3)
UM=FL(-U)
UQ=FQ(U)
C -----
DSQ=-S-S
A1=-0.5*FL(-T)
A3= 0.5*FL(-T)
A5= 0.5*FL(T)
A7=-0.5*FL(T)
FD(2,1)=DSQ*FL(-T)*UM
FD(4,1)=0.5*FQ(T)*UM
FD(6,1)=DSQ*FL(T)*UM
FD(8,1)=-0.5*FQ(T)*UM
FD(9,1) =A1*UQ
FD(10,1)=A3*UQ
FD(11,1)=A5*UQ
FD(12,1)=A7*UQ
FD(1,1)=A1*UM-0.5*(FD(8,1)+FD(2,1)+FD(9,1))
FD(3,1)=A3*UM-0.5*(FD(2,1)+FD(4,1)+FD(10,1))
FD(5,1)=A5*UM-0.5*(FD(4,1)+FD(6,1)+FD(11,1))
FD(7,1)=A7*UM-0.5*(FD(6,1)+FD(8,1)+FD(12,1))
FD(13,1)=0.
C -----
DTQ=-T-T
A1=-0.5*FL(-S)
A3=-0.5*FL(S)
A5= 0.5*FL(S)
A7= 0.5*FL(-S)
FD(2,2)=-0.5*FQ(S)*UM
FD(4,2)=FL(S)*DTQ*UM
FD(6,2)=0.5*FQ(S)*UM
FD(8,2)=FL(-S)*DTQ*UM
FD(9,2) =A1*UQ
FD(10,2)=A3*UQ
FD(11,2)=A5*UQ
FD(12,2)=A7*UQ
FD(1,2)=A1*UM-0.5*(FD(8,2)+FD(2,2)+FD(9,2))
FD(3,2)=A3*UM-0.5*(FD(2,2)+FD(4,2)+FD(10,2))
FD(5,2)=A5*UM-0.5*(FD(4,2)+FD(6,2)+FD(11,2))
FD(7,2)=A7*UM-0.5*(FD(6,2)+FD(8,2)+FD(12,2))
FD(13,2)=0.
C -----
DUQ=-U-U
A1=FL(-S)*FL(-T)
A3=FL(S)*FL(-T)
A5=FL(S)*FL(T)
A7=FL(-S)*FL(T)
FD(2,3)=-0.5*FQ(S)*FL(-T)
FD(4,3)=-0.5*FL(S)*FQ(T)
FD(6,3)=-0.5*FQ(S)*FL(T)
FD(8,3)=-0.5*FL(-S)*FQ(T)
FD(9,3) =A1*DUQ
FD(10,3)=A3*DUQ
FD(11,3)=A5*DUQ
FD(12,3)=A7*DUQ
FD(1,3)=-0.5*A1-0.5*(FD(8,3)+FD(2,3)+FD(9,3))
FD(3,3)=-0.5*A3-0.5*(FD(2,3)+FD(4,3)+FD(10,3))
FD(5,3)=-0.5*A5-0.5*(FD(4,3)+FD(6,3)+FD(11,3))
FD(7,3)=-0.5*A7-0.5*(FD(6,3)+FD(8,3)+FD(12,3))
C 0.5-0.5*DUQ
FD(13,3)=0.5+U
END

```

```

SUBROUTINE IFD615(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XI(3),FD(15,3)
C -----

```

```

AL=XI(1)
BL=XI(2)
CL=1.-AL-BL
U=XI(3)

```

```

C DSA2
  A2= 4.*BL
C DSA4
  A4=-4.*BL
C DSA6
  A6= 4.*(CL-AL)
  UM=0.5*(1.-U)
  UP=0.5*(1.+U)
  UQ=1.-U*U
  CALL IAUX615(1.,A2,0.,A4,-1.,A6,UM,UP,UQ,FD(1,1))
C
C DTA2
  A2=4.*AL
C DTA4
  A4=4.*(CL-BL)
C DTA6
  A6=-4.*AL
  CALL IAUX615(0.,A2,1.,A4,-1.,A6,UM,UP,UQ,FD(1,2))
C
  A2=4.*AL*BL
  A4=4.*BL*CL
  A6=4.*CL*AL
  DUQ=-U-U
  CALL IAUX615(AL,A2,BL,A4,CL,A6,-0.5,0.5,DUQ,FD(1,3))
C
  END

```

```

SUBROUTINE IFD618(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION XI(3),FD(18,3),FT(6),FTS(6),FTT(6),FU(3),FUU(3)
C
  AL=XI(1)
  BL=XI(2)
  CL=1.-AL-BL
  U=XI(3)
  FT(1)=AL*(AL+AL-1.)
  FT(3)=BL*(BL+BL-1.)
  FT(5)=CL*(CL+CL-1.)
  FT(2)=4.*AL*BL
  FT(4)=4.*BL*CL
  FT(6)=4.*CL*AL
  FU(1)=0.5*(U*U-U)
  FU(2)=1.-U*U
  FU(3)=0.5*(U*U+U)

  FTS(1)=4.*AL-1.
  FTS(3)=0.
  FTS(5)=-4.*CL-1.
  FTS(2)=4.*BL
  FTS(4)=-4.*BL
  FTS(6)=4.*(CL-AL)
  FTT(1)=0.
  FTT(3)=4.*BL-1.
  FTT(5)=-4.*CL-1.
  FTT(2)=4.*AL
  FTT(4)=4.*(CL-BL)
  FTT(6)=-4.*AL
  FUU(1)=U-0.5
  FUU(2)=-U-U
  FUU(3)=U+0.5

  N=0
  DO 20 IU=1,3
    A=FU(IU)
    DA=FUU(IU)
    DO 10 IT=1,6
      N=N+1
      FD(N,1)=FTS(IT)*A
      FD(N,2)=FTT(IT)*A
      FD(N,3)=FT(IT)*DA
  10 CONTINUE
  20 CONTINUE
  END

```

```

SUBROUTINE IFD820(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FD(20,3),XI(3)
FL(S)=0.5*(1.+S)
FQ(S)=1.-S*S
C -----
S=XI(1)
T=XI(2)
U=XI(3)
UM=FL(-U)
UP=FL(U)
UQ=FQ(U)
C -----
DSQ=-S-S
A2=DSQ*FL(-T)
A4= 0.5*FQ(T)
A6=DSQ*FL(T)
A8=-0.5*FQ(T)
A1=-0.5*FL(-T)
A3= 0.5*FL(-T)
A5= 0.5*FL(T)
A7=-0.5*FL(T)
CALL IAUX820(UM,UP,UQ,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,FD(1,1))
C -----
DTQ=-T-T
A2=-0.5*FQ(S)
A4=DTQ*FL(S)
A6= 0.5*FQ(S)
A8=DTQ*FL(-S)
A1=-0.5*FL(-S)
A3=-0.5*FL(S)
A5= 0.5*FL(S)
A7= 0.5*FL(-S)
CALL IAUX820(UM,UP,UQ,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,FD(1,2))
C -----
UM=-0.5
UP=0.5
UQ=-U-U
A2=FQ(S)*FL(-T)
A4=FL(S)*FQ(T)
A6=FQ(S)*FL(T)
A8=FL(-S)*FQ(T)
A1=FL(-S)*FL(-T)
A3=FL(S)*FL(-T)
A5=FL(S)*FL(T)
A7=FL(-S)*FL(T)
CALL IAUX820(UM,UP,UQ,A1,A2,A3,A4,A5,A6,A7,A8,FD(1,3))
END

SUBROUTINE IFD827(XI,FD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FD(27,3),SQ(3),TQ(3),UQ(3),DSQ(3),DTQ(3),DUQ(3)
+ ,XI(3)
INTEGER NUM(27)
DATA NUM/1,2,3,8,9,4,7,6,5,10,11,12,17,18,13,16,15,14,
1 19,20,21,26,27,22,25,24,23/
C -----
FC(S)=0.5*(S*S+S)
FQ(S)=1.-S*S

S=XI(1)
T=XI(2)
U=XI(3)
SQ(1)=FC(-S)
SQ(2)=FQ(S)
SQ(3)=FC(S)
TQ(1)=FC(-T)
TQ(2)=FQ(T)
TQ(3)=FC(T)
UQ(1)=FC(-U)
UQ(2)=FQ(U)
UQ(3)=FC(U)

```

```

DSQ(1)=S-0.5
DSQ(2)=-S-S
DSQ(3)=S+0.5
DTQ(1)=T-0.5
DTQ(2)=-T-T
DTQ(3)=T+0.5
DUQ(1)=U-0.5
DUQ(2)=-U-U
DUQ(3)=U+0.5

L=0
DO 30 IU=1,3
  UQI=UQ(IU)
  DUQI=DUQ(IU)
  DO 20 IT=1,3
    TQI=TQ(IT)
    DTQI=DTQ(IT)
    DO 10 IS=1,3
      L=L+1
      N=NUM(L)
      FD(N,1)=UQI*TQI*DSQ(IS)
      FD(N,2)=UQI*DTQI*SQ(IS)
      FD(N,3)=DUQI*TQI*SQ(IS)
10    CONTINUE
20    CONTINUE
30    CONTINUE
END

```

```

SUBROUTINE CLOSEF(NUNIT)
LOGICAL LIOS
CHARACTER FNAME*512,COM*257

IOS=0
INQUIRE (NUNIT,IOSTAT=IOS,NAME=FNAME)
CLOSE (NUNIT)
IF (IOS.NE.0) RETURN
CALL BLKOUT(FNAME,LFN)

CALL SCLVAR('FTN###LN',1,'STRING')
CALL SCLVAR('FTN###STATUS',1,'STATUS')
CALL WRTCVAR('FTN###LN',1,LFN,FNAME)
COM='incl (''IF $file($fname(ftn###ln),ATTACHED) AND'//
& '$file($fname(ftn###ln),P) THEN;'//
& 'def $fname(ftn###ln);IFEND'' ) status=ftn###status'
CALL LENWOB(COM,LC)
CALL SCLCMD(COM(:LC))
CALL REDBVAR('FTN###STATUS.NORMAL',1,LIOS,IBOOL)
IF (.NOT.LIOS) IOS=100
CALL DELV('FTN###STATUS')
CALL DELV('FTN###LN')

RETURN
C-----END CLOSEF-----
END

```

```

SUBROUTINE BLKOUT(STRING,LENGTH)
* Take out the blanks from the beginning of a string and
* give the length till last non blank character
* C.W 14.1.86

```

```

CHARACTER*(*) STRING
INTEGER START,FINISH

START=1
FINISH=LEN(STRING)
1 IF (STRING(START:START).EQ.' ') THEN
  START=START+1
  IF (START.LT.FINISH) GO TO 1
ENDIF
2 IF (STRING(FINISH:FINISH).EQ.' ') THEN
  FINISH=FINISH-1

```



```

      IF (FINISH.GT.START) GO TO 2
    ENDIF

    LENGTH=FINISH-START+1
    STRING=STRING(START:FINISH)

    END

    SUBROUTINE CNTWORD(NUNIT,NBWORD,IEND)
  C How much numbers in one line
  C C.WACKER 14.2.86

    CHARACTER*133 LINE

    READ(NUNIT,'(A132)',END=900) LINE
    NBWORD=0
    CALL LENWOB(LINE,LS)
  C Look for comment at the end of data line: /...
    LASH=INDEX(LINE(1:LS),'/')
    IF (LASH.GT.0) THEN
      CALL LENWOB(LINE(1:LASH-1),LS)
    ENDIF

    LINE(LS+1:LS+1)=' '

    DO 100 I=1,LS
      IF (LINE(I:1).NE.' ' .AND.LINE(I:1).NE.',') THEN
        IF (LINE(I+1:I+1).EQ.' ' .OR.LINE(I+1:I+1).EQ.',') THEN
          NBWORD=NBWORD+1
        ENDIF
      ENDIF
    100 CONTINUE

    BACKSPACE(UNIT=NUNIT)
    IEND=0
    RETURN

  900 IEND=-1
    END

    SUBROUTINE CPUTIM(LUN,MESS,USER)

  C Print CPU-time since last call together with supplied message
  C on logical unit LUN (first call : initialize).
  C Send short message to user terminal.

    CHARACTER*(*) MESS,USER
    CHARACTER*133 MESS1,MESS2,MESS3
    CHARACTER*40 BUFF

    DATA TIM0, TIM1, TIM2 /0.,0.,0./

    TIM1= TIM2

  C The NOS/VE system subroutine returns the CPU time since login
    TIM2=SECOND()
    IF( TIM0.GT.0) GOTO 10
    TIM0= TIM2
    RETURN

  10 TIME=( TIM2- TIM1)
    TTIM=( TIM2- TIM0)

    LMESS=MIN(130,LEN(MESS))
    WRITE(MESS1,20001) MESS(:LMESS)
    WRITE(MESS2,20002) TIME
    WRITE(MESS3,20003) TTIM
    CALL LENWOB(MESS1,LMESS1)
    CALL LENWOB(MESS2,LMESS2)
    CALL LENWOB(MESS3,LMESS3)

```

```
C Message to unit LUN
  WRITE(LUN,20000) MESS,TIME,TTIM
```

```
C Message to JOB LOG
  CALL REMARK(MESS1(:LMESS1))
  CALL REMARK(MESS2(:LMESS2))
  CALL REMARK(MESS3(:LMESS3))
```

```
C Message to $OUTPUT
  CALL TERMOUT(LO)
  WRITE (LO,'(A)') ' '
  WRITE (LO,'(A)') MESS1(:LMESS1)
  WRITE (LO,'(A)') MESS2(:LMESS2)
  WRITE (LO,'(A)') MESS3(:LMESS3)
  CALL FFPROMPT(' ')
  CALL OFFTERM(LO)
```

```
RETURN
```

```
20000 FORMAT(          /'$ ',A
  &                  /'$ TIME USED FOR THIS STEP:',F8.2,' SECONDS'
  &                  /'$ TOTAL TIME USED:          ',F8.2,' SECONDS'/)
20001 FORMAT(' $ ',A)
20002 FORMAT(' $ TIME USED FOR THIS STEP:',F8.2,' SECONDS')
20003 FORMAT(' $ TOTAL TIME USED:          ',F8.2,' SECONDS')
```

```
END
```

```
SUBROUTINE DAYTIM(DTM)
C *****
C ** VERSION FUER NOS/VE CH.K.   AUG.86 **
C *****
C BENOETIGTE NOS/VE SYSTEMROUTINEN: DATE
C                                     TIME
C RETURN DATE AND TIME IN CHARACTER STRING DTM.
C FORMAT: DD-MMM-YY HH:MM (BOUNDED TO THE LEFT IN DTM).
C DTM MUST BE OF LENGTH>=16 FOR FULL DATE AND TIME.
```

```
CHARACTER*3  MONTH(12)
CHARACTER*10 CDATE
CHARACTER*8  CTIME
CHARACTER*(*) DTM
DATA MONTH /'JAN','FEB','MAR','APR','MAY','JUN',
1          'JUL','AUG','SEP','OCT','NOV','DEC'/

CALL DATE(CDATE)
CALL TIME(CTIME)
DO 10 I=1,12
  READ(CDATE(6:7),'(I2)')IM
  IF(IM.EQ.1) DTM(4:6)=MONTH(IM)
10 CONTINUE
DTM(1:3)=CDATE(9:10)//'- '
DTM(7:16)='- '//CDATE(3:4)//' ' //CTIME(1:5)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE FINDKW(NUNIT,STRING,NBLINE)
C *****
C ** VERSION FUER NOS/VE CH.K.   AUG.86 **
C *****
C Attempt to find the keyword string in file connected to unit=nunit.
C It returns the line number where keyword was found.
C If not found program return with a warning and NBLINE=0
C Keyword is searched in English, but also in French and German
C C.Wocker 11.2.86
PARAMETER (MCLE=30)
CHARACTER LINE*80,STRING*(*),BIP,FSTRING*20,DSTRING*20
&          ,STRING2*20
CHARACTER FORM*2,FORM1*5
LOGICAL NOBIP
```

```

REWIND(NUNIT)
ENTRY FWDKW(NUNIT,STRING,NBLINE)
BACKSPACE(NUNIT)
BIP=CHAR(7)
N=0
NBLINE=0
NOBIP=(STRING(:1).EQ.'@')
IF (NOBIP) THEN
  STRING2=(STRING(2:LEN(STRING)))
ELSE
  STRING2=STRING
ENDIF

C UPCAS      CALL UPCAS(STRING2,20)
C Allows English, French and German
IF (STRING.EQ.'COORDINATES') THEN
  FSTRING='COORDONNEES'
  DSTRING='KOORDINATEN'
  LS=11
  LSF=LS
  LSD=LS
ELSE IF (STRING.EQ.'ELEMENTS') THEN
  FSTRING='ELEMENTS'
  DSTRING='ELEMENTE'
  LS=8
  LSF=LS
  LSD=LS
ELSE IF (STRING.EQ.'COLUMNS') THEN
  FSTRING='COLONNES'
  DSTRING='SAEULEN'
  LS=7
  LSF=8
  LSD=LS
ELSE IF (STRING.EQ.'CUTS') THEN
  FSTRING='COUPES'
  DSTRING='SCHNITTE'
  LS=4
  LSF=6
  LSD=8
ELSE IF (STRING.EQ.'RESULTS') THEN
  FSTRING='RESULTATS'
  DSTRING='RESULTATEN'
  LS=7
  LSF=9
  LSD=10
ELSE IF (STRING.EQ.'PERMEABILITIES') THEN
  FSTRING='PERMEABILITES'
  DSTRING='PERMEABILITAETEN'
  LS=14
  LSF=13
  LSD=16
ELSE IF (STRING.EQ.'NODAL CONDITIONS') THEN
  FSTRING='CONDITIONS NODALES'
  DSTRING='KNOTENBEDINGUNG'
  LS=16
  LSF=18
  LSD=15
ELSE IF (STRING.EQ.'INFILTRATION') THEN
  FSTRING='ALIMENTATION'
  DSTRING='INFILTRATION'
  LS=12
  LSF=12
  LSD=12
ELSE
  LS=LEN(STRING)
  FSTRING=STRING2
  DSTRING=STRING2
  LSF=LS
  LSD=LS
ENDIF

C Main loop
100 READ(NUNIT,'(A)',IOSTAT=IOS,ERR=900) LINE
C UPCAS900 CALL UPCAS(LINE,80)
900 IF (IOS.EQ.0) THEN

```

```

      N=N+1
      IF (INDEX(LINE(1:MCLE),STRING2(1:LS)).EQ.0.AND.
&      INDEX(LINE(1:MCLE),FSTRING(1:LSF)).EQ.0.AND.
&      INDEX(LINE(1:MCLE),DSTRING(1:LSD)).EQ.0) THEN
        GO TO 100
      ELSE
        NBLINE=N
      ENDIF
    ELSE
C No error message if orientation keyword is not found, NL=0.
C or @ is first string character
      IF (STRING2(1:LS).EQ.'ORIENTATION'.OR.NOBIP) THEN
        NBLINE=0
        RETURN
      ENDIF
      IF (STRING2(1:LS).EQ.FSTRING(1:LSF)) THEN
        PRINT *, ' Keyword ',STRING2(1:LS), ' or ',
&          DSTRING(1:LSD), ' not found!', BIP
      ELSE
&      PRINT *, ' Keyword ',STRING2(1:LS), ' or ',
&          FSTRING(1:LSF), ' or ',DSTRING(1:LSD),
&          ' not found!',BIP
      ENDIF
      NBLINE=0
      RETURN
    ENDIF
C If keyword is ORIENTATION, nblin is set to his value
      IF (STRING2(1:LS).EQ.'ORIENTATION') THEN
        CALL LENWOB(LINE,LS)
        WRITE(FORM,'(12)') LS-INDEX(LINE,'=')
        FORM1='(1'//FORM//')'
        READ(LINE(INDEX(LINE,'=')+1:LS),FORM1,ERR=910) NBLINE
      ENDIF
      RETURN
910 PRINT *, 'ERROR in orientation number',BIP
      NBLINE=0
      RETURN
    END

```

```

      SUBROUTINE LENWOB(STRING,FINISH)
*   LENgth WithOut Blank
*   C.W. 15.1.85

      CHARACTER*(*)  STRING
      INTEGER        FINISH

      FINISH=LEN(STRING)
      IF (FINISH.EQ.1) RETURN

1     IF (STRING(FINISH:FINISH).EQ.' ') THEN
        FINISH=FINISH-1
        IF (FINISH.GT.1) GO TO 1
      ENDIF
      RETURN
C-----END LENWOB-----
      END

```

```

      SUBROUTINE MESSAG(USER,LINE)
      CHARACTER*(*) LINE
      CHARACTER*10 USER
      CALL BLKOUT(LINE,L)
      IF (L.GT.80) L=80
      CALL REMARK(LINE(1:L))
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE NEWFILE(NUNIT,STRING,DEFFILE,NAME)
C Open a new file on unit=nunit and check if the file already
C exist. If answer to the string (prompt) is empty then DEFFILE
C is the default name for the file.
C C.Wacker 11.2.86
C adapted on NOS/VE: 02.06.87 A.v.Kaenel

```

```

CHARACTER*(*) STRING,DEFFILE,NAME
CHARACTER*256 DUMS1,DUMS2
CHARACTER FNAME*512,BIP,ANS,B,LNAME*31
LOGICAL A

B=' '
BIP=CHAR(7)

CALL TERMIO(L5,L6)
CALL LENWOB(STRING,LS2)
CALL LENWOB(DEFFILE,LSD)
DUMS1=STRING(1:LS2)
DUMS2=DEFFILE(1:LSD)
100 CONTINUE
CALL FPROMPT(DUMS1(:LS2)//' [Default is : '//
& DUMS2(:LSD)//' ] ')
READ (L5,'(A)') NAME
IF (NAME.EQ.' ') THEN
NAME=DEFFILE
ENDIF
CALL CREATE(NAME,FNAME,LNAME)
IF (LNAME.EQ.' ') GOTO 900
CALL LENWOB(FNAME,LF)
101 OPEN(UNIT=NUNIT,FILE=FNAME(:LF),STATUS='NEW',IOSTAT=IOS,ERR=900)
IF (IOS.NE.0) GOTO 900
CALL TERMOFF(L5,L6)
RETURN
900 CONTINUE
A=.FALSE.
CALL QUEST(' FILE OPENING FAILED.YOU WANT TO EXIT? ',A)
IF (.NOT.A) GOTO 100
CALL TERMOFF(L5,L6)
STOP

C-----END NEWFILE-----
END

```

```

SUBROUTINE NONBLNK(STRING,NB)
C -----
C Get position NB of first non-blank character in given string.
C NB=0 if no non-blank character found.
C -----
CHARACTER*(*) STRING

LS=LEN(STRING)
DO 10 NB=1,LS
IF(STRING(NB:NB).NE.' ') RETURN
10 CONTINUE
NB=0
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE OLDFILE(NUNIT,STRING,NAME)
C Open an old file on unit=nunit, filename is given after the
C prompt (string) and return to the main program

CHARACTER*(*) NAME,STRING
CHARACTER ANS,BIP,LNAME*31,STRING2*256,FNAME*512
LOGICAL OK,A

BIP=CHAR(7)

100 CALL TERMIO(L5,L6)
CALL FPROMPT(STRING)

```

```

READ (L5,'(A)') NAME
IF (NAME(1:3).EQ.' EX') RETURN
IF (NAME.EQ.' ') GO TO 100

CALL ATTACH(NAME,FNAME,LNAME)
IF (LNAME.EQ.' ') GOTO 900
101 OPEN(UNIT=NUNIT,FILE=LNAME,STATUS='OLD',IOSTAT=IOS,ERR=900)
IF (IOS.NE.0) GOTO 900
CALL TERMOFF(L5,L6)
RETURN

900 A=.FALSE.
CALL QUEST(' File is not okay;You want to quit ?',A)
IF (.NOT.A) GOTO 100
CALL TERMOFF(L5,L6)
STOP
C-----END OLDFILE-----
END

```

```

SUBROUTINE PROMPT(TEXT)

LOGICAL FLUSH
CHARACTER*(*) TEXT

ENTRY FPROMPT(TEXT) !*terminal flushing
FLUSH=.TRUE.
GOTO 99

ENTRY SPROMPT(TEXT) !*no terminal flushing
FLUSH=.FALSE.
GOTO 99

99 CONTINUE
CALL LENWOB(TEXT,LT)
CALL NVEOUT(TEXT(:LT),FLUSH)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE QUEST(STRING,ANS)

C Ask the question string and get answer.
C Returned: LOGICAL ANS=.TRUE. if answer is Y or y
C           .FALSE. if answer is N or n
C If no answer is given (i.e. <RET> only), the value
C of ANS is unchanged --> Default handling!

CHARACTER*(*) STRING,STRING2*256
LOGICAL ANS
CHARACTER*1 CH,A
A='Y'
IF (.NOT.ANS) A='N'
LS=LEN(STRING)
STRING2=STRING(1:LS)//' [Y/N: def='//A//]'
CALL TERMIO(L5,L6)
WRITE (L6,'(A)') STRING2(1:LS+14)
READ (L5,'(A1)') CH
IF (INDEX('Yy',CH).GT.0) ANS=.TRUE.
IF (INDEX('Nn',CH).GT.0) ANS=.FALSE.
CALL TERMOFF(L5,L6)
RETURN
C-----END QUEST-----
END

```

```

SUBROUTINE R8HEAD(LUN,H,NDIM)

C Read head values from result file.
C The file must be positioned at the line following
C the keyword RESULTS!

```

```

      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)

      DIMENSION H(*)
      CHARACTER*80 LINE

C Initialize terminal I/O
      CALL TERMOUT(LO)

C Search for first line with readable data
      NBL=0
5     NBL=NBL+1
      READ(LUN,*,ERR=5,END=200) NIC,IDI,HH,QQ
      BACKSPACE (LUN)

C Read data in bulks of 2000 lines because the maximum record
C length is limited to 32K bytes.
C Put head value for node NIC into array element H(NIC+1) to
C prevent error (SUBSCRIPTRANGE) if NIC becomes 0 at a blank line.
      CALL FPROMPT(' Reading heads from result file')
10    READ(LUN,*,ERR=100,END=200) (NIC,IDI,H(NIC+1),QQ,K=1,2000)

C If NIC>0 then 2000 lines have been read. Read next bulk
C starting at the last line read in.
      IF(NIC.GT.0) THEN
          BACKSPACE(LUN)
          CALL FPROMPT(' next 2000 values read')
          GOTO 10
      ENDIF

C If NIC=0 then a reading error occured or a blank line was read in
C (Remark: PRIME stops reading at a blank line!!)
C If the file is ok, then the keyword DEBITS must be present in
C the line after the next line (there are 2 blank lines after data).
100   BACKSPACE(LUN)
      READ(LUN,'(A)') LINE
      IF(INDEX(LINE,'DEBITS')+INDEX(LINE,'FLUX').GT.0) GOTO 300

      CALL PROMPT(' ')
      CALL FPROMPT(' Warning from R8HEAD: Input stopped at line ***:')
      DO 101 I=1,4
101   BACKSPACE(LUN)
          DO 102 I=1,3
              READ(LUN,'(A)') LINE
              IF(I.EQ.2) THEN
                  LINE=' ***'//LINE
              ELSE
                  LINE=' ' //LINE
              ENDIF
          ENDIF
102   CALL FPROMPT(LINE)
          CALL PROMPT(' ')
          GOTO 300

200   CALL PROMPT(' Warning from R8HEAD: keyword "DEBITS" or "FLUX" ')
      CALL FPROMPT(
          & ' not found at end of result file ! (EOF encountered)')

C Rearrange head values to proper order
300   DO 301 I=1,NDIM-1
301   H(I)=H(I+1)

      CALL OFFTERM(LO)
      RETURN
      END

      SUBROUTINE SAVEHED(LOUT,FIOUT,FILIN,PGM,VERS,DTM,USER)
C -----
C Write headers of output files.
C -----

      CHARACTER*(*) FIOUT, FILIN, PGM, VERS, DTM, USER
      CHARACTER*60 FILIN1
      CHARACTER*13 TEXT, TEXT1, TEXT2
      DATA TEXT1, TEXT2 /'Input file: ', 'Input files: '/

```

```

WRITE (LOUT,*) 'File name:  ',FIOUT
WRITE (LOUT,*)
CALL NONBLNK(DTM,NS)
IF(NS.GT.0) WRITE (LOUT,*) 'Date:      ',DTM
CALL NONBLNK(USER,NS)
IF(NS.GT.0) WRITE (LOUT,*) 'User:      ',USER
WRITE (LOUT,*) 'Program:    ',PGM,' - ',VERS

CALL NONBLNK(FILIN,NS)
IF(NS.LT.1) THEN
  WRITE (LOUT,*)
  RETURN
ENDIF

NB=NS-1+INDEX(FILIN(NS:),' ')
FILIN1=FILIN(NS:NB)
CALL NONBLNK(FILIN(NB:),NS)
IF(NS.GT.0) THEN
  TEXT=TEXT2
ELSE
  TEXT=TEXT1
ENDIF
WRITE (LOUT,*) TEXT//FILIN1

10  IF(NS.LT.1) THEN
      WRITE (LOUT,*)
      RETURN
    ENDIF
    NS=NB-1+NS
    NB=NS-1+INDEX(FILIN(NS:),' ')
    FILIN1=FILIN(NS:NB)
    WRITE (LOUT,*) '          '//FILIN1
    CALL NONBLNK(FILIN(NB:),NS)
    GOTO 10
  END

SUBROUTINE UPCAS2(WORD)
CHARACTER*(*) WORD

LW=LEN(WORD)
DO 10 I=1,LW
  ICH=ICHAR(WORD(I:1))
  IF (ICH.LE.96.OR.ICH.GE.123) GOTO 10
  WORD(I:1)=CHAR(ICH-32)
10  CONTINUE
RETURN
END

```